CH
6

CH Six

Maya. M. Afanah

23 Pages

CH SIX : Production :- الإنتاج

3/8/ 2022 , 6:00 PM

- The production function :- The mathmtical relationship between input and output.

هي علاقة رياضية بين مدخلات الإنتاج ومخرجات الإنتاج .

- العملية الإنتاجية هي مزيج بين :

input output

بالنسبة لِ الـ input هي الـ ⟵ resources

capital ، الريادة والتنظيم ، Land ملك ، Labor.

بستخدم ها لموارد أو ها لعناصر لإنتاج سلعة أو خدمة . هاي العلاقة بمثلها بعلاقة الـ Production .

بشكل رياضي : ⟵ Production function :-

$$q = F(L, K, R, L \ldots)$$

q = output ; L = Labor ; K = capital ; R = rawmaterial مواد خام ; L = Land ; (L, K, R, L …) = input

هاي العلاقة اسمها Production .

يتبع ⟵

دالة الانتاجية

انو كمية انتاج فقط بحتاج عمال ومواكنة

$q = F(L, K)$ L : Labor
K : capital

نتعرف على مفهومين بال Production :-

1 Average Product of Labor (APL) : ((Productivity)) :-

متوسط انتاج العمال :-

$\frac{q}{L}$ = كمية الانتاج / عدد العمال

معناها :- بالمتوسط كم بنتجلي كل عامل

وكمان تعبر عن الانتاجية ← Productivity .

2 Marginal Product of Labor (MPL) :-

الناتج الحدي للعامل .

- في كلمة marginal دائماً بنربط بين تغير عدد العمال مع تغير كمية الانتاج .

- دائماً كلمة marginal هي الوحدة إضافية .

MPL → extra output ~~obtained by using one more machine~~ from employing one more workers .

- الناتج الحدي للعامل : هي عبارة عن كمية الانتاج الإضافية الناتجة عن تشغيل عامل إضافي .

بالرياضيات = MPL : $\frac{\Delta q}{\Delta L}$ = التغير في كمية الانتاج / التغير في عدد العمال

لقدر أقول الصياغة عن ← MPL : $\frac{\partial q}{\partial L}$

3 Marginal Product of capital (MPK) :-

مفهومه ← عبارة عن كمية الانتاج الإضافية الناتجة عن تشغيل ماكينة إضافية واحدة . ✓ (بدل عامل ← ماكينة) . ✓

وهي عبارة عن → $\frac{\Delta q}{\Delta K}$ = التغير في كمية الانتاج / التغير في عدد المكائن $= \frac{\partial q}{\partial K}$

K → capital

خلاصة :-

APL : $\frac{q}{L}$ (Productivity) . ✓

MPL : $\frac{\Delta q}{\Delta L} = \frac{\partial q}{\partial L}$ ✓

MPK : $\frac{\Delta q}{\Delta K} = \frac{\partial q}{\partial K}$ ✓

Example:- A firm Produce an output using Production function

$$q = L^2 K$$

مكتوب بالسلايد

① what is the average Product of Labor (APL) @ K = 2 , L = 5 . ??

الحل :→ $APL = \frac{q}{L} = \frac{L^2 K}{L} = LK$

average

$= LK = 5 * 2 = 10$

بالمتوسط العامل بنتجلي ١٠ وحدات كمعدل . ✓

② What is the marginal Product of Labor (MPL) @ K = 2 , L = 5 . ??

الحل :-

$$MPL = \frac{\partial q}{\partial L} = 2KL$$

$$\rightarrow MPL = (2)(2)(5) = 20$$

كمية الانتاج الإضافية ، الناتجة من تشغيل عامل إضافي هي 20 . ✓

EX ② :- Production function : $q = \min\{2L, K\}$

What is the average Product of Labor (APL) @ L = 5 , K = 4 . ??

(5 عمال) (4 مكائن)

مابقدر اشتقه
هاي الـ function

Answer : $APL = \frac{q}{L} = \frac{\text{كمية الانتاج}}{\text{عدد العمال}} = \frac{4}{5}$

Note that :-

$q = \min\{2L, K\}$

$q = \min\{2(5), 4\}$

القيمة الأقل

$q = 4$ ✓

EX ③ : A Firm has a production function is given by :

$$q = L^2 K^2$$

① What is the APL @ $K = 2$, $L = 2$. ??

② What is the MPL @ $K = 1$, $L = 4$. ??

Answer :

① $$APL = \frac{q}{L} = \frac{L^{\cancel{2}} K^2}{\cancel{L}}$$

$$= L K^2 = 2(2)^2$$

$$= 8$$

② $$MPL := \frac{\partial q}{\partial L} = 2K^2 L$$

$$= 2(1)^2(4)$$

$$= 8$$

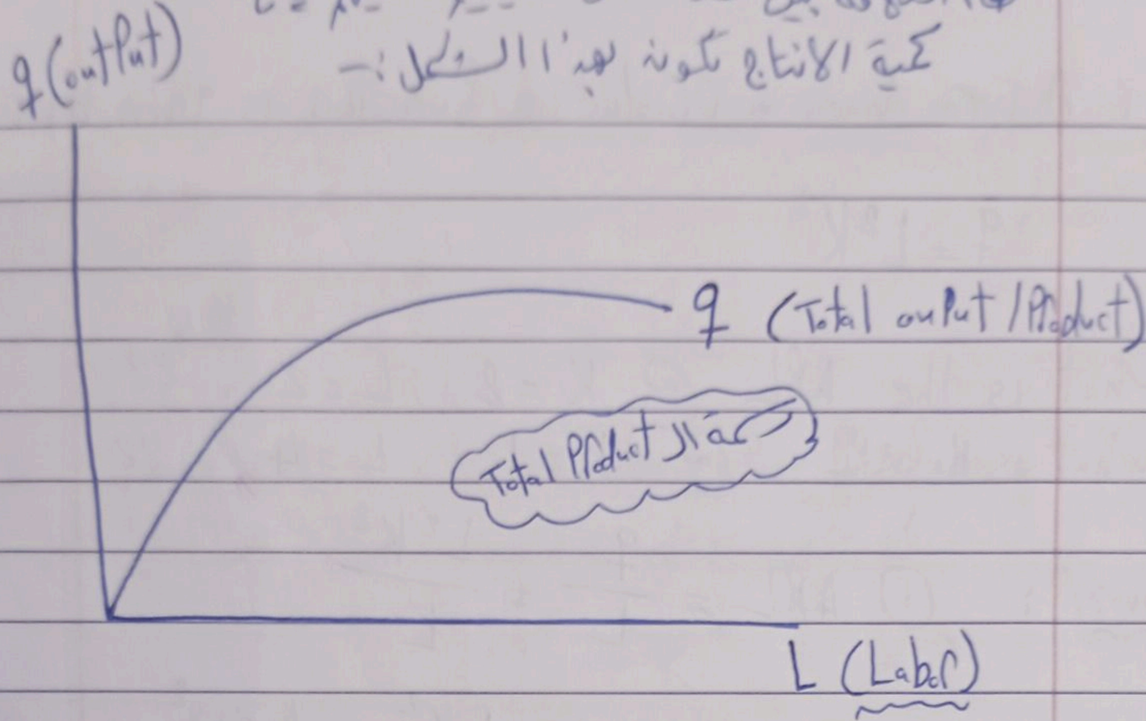
→ Total Product and Marginal Product curve :-

⇒ Total Product curve :-

وهي علاقة بين عدد الـ Labor مع كمية الإنتاج .

← يتبع .

العلاقة بين عدد العمال الذين بيشغلهم ومع كمية الانتاج تكونه بهذا الشكل :-



من الشكل واضح انو ← كلما بزيد عدد العمال الي بشغلهم ، ينتج عن ذلك انو كمية الإنتاج بتزايد ↑ لحد ما اوصل إلى أعلى قيمة وبعد ذلك بتبلش تنخفض . (زي الشخص لما يستهلك سلعة عنده حالة إشباع) ، نفس الشي صاحب العمل عنده إشباع لعدد العمال .

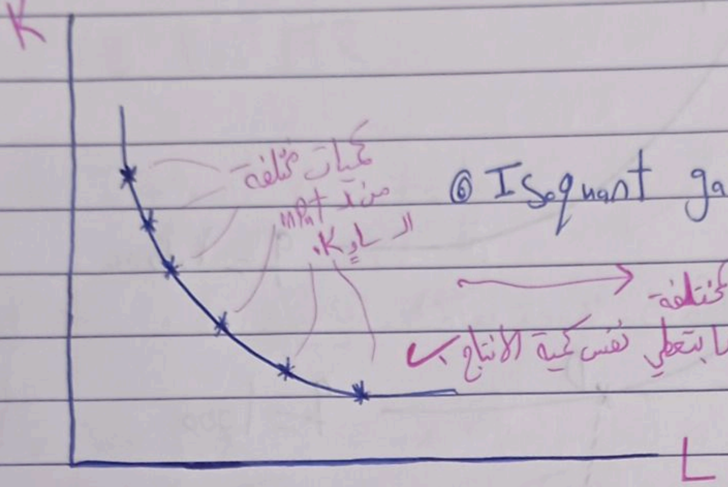
← لأنو اذا أنا بحتاج "١٠" واروح اوظف "15" ، هدول الـ 5 زيادة .

∴ كلما وظفت عدد عمال ← كمية الإنتاج بتضل تزيد تزيد لحد ما توصل لأعلى قيمة وبعدها بتبلش تثبت وبعدها بتبلش تقل (لأنه بصير زي حالة اشباع من عدد العمال) .

ليه ؟؟

: لأنه بصير اكتظاظ / فوضى / العمال يلهوا بعض ← etc و بالتالي ح تقل كمية الانتاج .

*Page 13 : Isoquant :-



→ Isoquant → نفس مفهوم الـ indifference curve

يلي تم شرحه بالشابتر يلي قبل CH2

حكينا انو الـ indifference curve عبارة عن خط منحنى يتشكل من كميات مختلفة من سلعتين لما استهلكهم بيعطوني the Same utility.

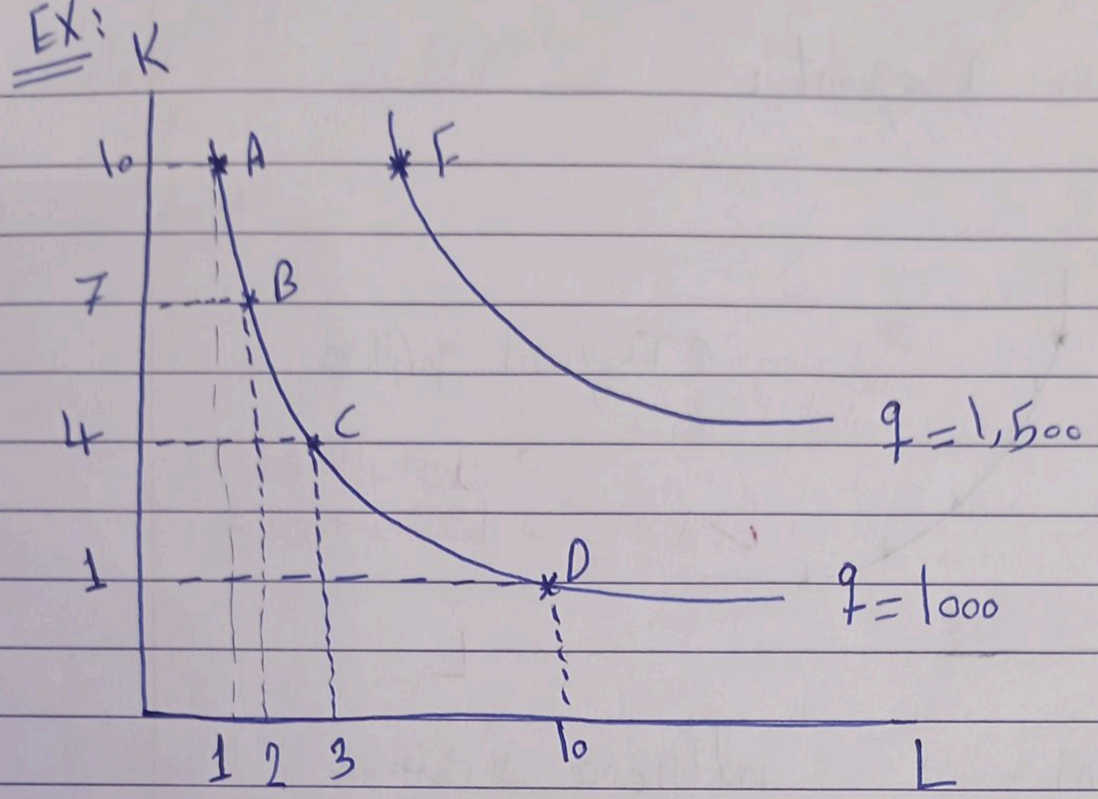
نفس هالأفكار بدنا نعكسها ع الـ Production بسموه الـ Isoquant

وهو عبارة عن شكل منحنى يتكون من كميات مختلفة من الـ input اليهم الـ L, K لما
Labor, capital

يتم استخدام هاي الكميات المختلفة من الـ Labor والـ capital بيعطوني نفس كمية الانتاج هذا اسمه Isoquant.

نفس فكرة الـ indi curve

EX:



A , B, C, D ⟶ كل الخيارات هذول ممكن

استخدم أي واحدة منهم ح انتج نفس الكمية وهي ١٠٠٠ وحدة في مثالنا

مثلاً : A : K = 10 , L = 1

B : K = 7 , L = 2

.... etc.

Note ⇐ كلما طلعنا Isoquant أعلى ح كمية الانتاج بتزيد

يعني كمية الانتاج عند ← C VS F

F ⟶ اعلى من C بـ كمية الانتاج

لأنه عند C انتاجي ← 1000

عند F " ← 1,500

بالامتحانة ← مطلوب رسم الـ Isoquant .

EX: $q = 100\sqrt{LK}$

Graph Isoquant $q = 1000$.

Answer :- (٤ نقاط) لحتى ارسم أنا بحاجة إلى مجموعة نقاط :-

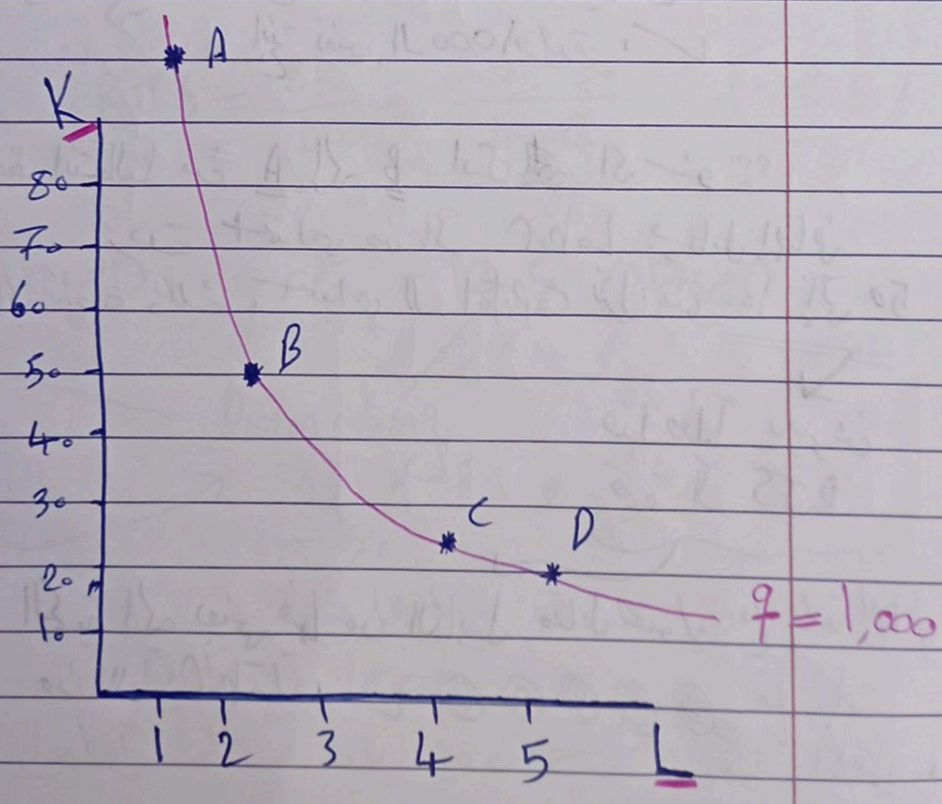
$$q = 100\sqrt{LK}$$

$$\frac{1000}{100} = \frac{\cancel{100}\sqrt{LK}}{\cancel{100}} \rightarrow (\sqrt{LK})^2 = (10)^2$$ ((التربيع الطرفين))

$$\frac{\cancel{L}K}{\cancel{L}} = \frac{100}{L} \rightarrow \boxed{K = \frac{100}{L}}$$

((أهم شي النقاط ما تكون سالب أو صفر))

L	K
1	100
2	50
4	25
5	20



(سلايد "4") ،

Marginal rate of technical Substitution (RTS) :-

Note بال ind.curve ع زمن CH2 كنا سميه ← MRS •

هون ← ("RTS")

وهو الـ Slope للـ Isoquant . ✓

وهو : الكمية التي يتم التضحية بها من "K" مقابل الحصول ع وحدة إضافية من "L" مع ثبات كمية الإنتاج . ✓

← بالرسمة السابقة (آخر وحدة) : عند اختيار (A) كنت استخدم عامل (1) و 100 ماكينة . ✓ وكنت انتج ← 1000 وحدة .

عندي خيار ثاني ← (B) ← بستخدم عاملين و 50 ماكينة ، بضل انتج نفس الـ 1000 وحدة . ✓

← نلاحظ انتقالنا من A إلى B ادى إلى شو ؟؟

زدت استخدامي من الـ Labor بـ عامل إضافي

بالتالي نتيجة ذلك ، استخدامي لـ Capital نزل من 100 إلى 50

هذا فعلياً بعبر عن قيمة الـ RTS

الكمية الي بضحي فيها من الكابيتل مقابل حصولي ع وحدة إضافية من الـ Labor . ✓ مع ثبات كمية الانتاج .

مثال ع الرسمة السابقة :- (آخر ورقة) :-

→ calculate RTS between A and B ??

Answer :- $RTS = \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{50-100}{2-1} = -50$

slope

"مفهوم التضحية" والانخفاض

RTS = -50 → يعني اذا بدي ازيد استخدامي من "L" Labor بعامل إضافي لازم اقلل استخدامي من الـ capital بـ 50 عشان احصل على نفس كمية الإنتاج .

وحدة واحدة إضافية من الـ Labor ← كم لازم أضحي من K ??

→ calculate RTS between B and C ??

Answer :- $RTS = \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{25-50}{4-2} = -12.5$

-50 (الفرع الأول) } -12.5 (الفرع الثاني)

Diminishing

RTS

-50

وبعدها -12.5

وبعدها رح يقل يقل .

RTS ينخفض مع زيادة عدد الـ Labor .

RTS

؟؟ Marginal Product ← * ما العلاقة الموجودة بين

~~Ratio~~

$$RTS = \frac{MPL}{MPK}$$

حفظ

∴ RTS = Marginal Product ratio ✓

EX:- Production function : $q = L^2 K^2$

Find RTS @ L = 4 , K = 1

؟؟ RTS ← لإستخدام معادلة ما كيفية واحدة ، ؟؟

Answer :-

$$RTS = \frac{MPL}{MPK} \longrightarrow$$ يستخدم لما يعطيني function .

أو

$$RTS = \frac{\Delta K}{\Delta L} \longrightarrow$$ يستخدم لما يكون في رقم .

$$\therefore RTS = \frac{MPL}{MPK} = \frac{\cancel{2}K^2\cancel{L}}{\cancel{2}L^2\cancel{K}} = \frac{K}{L} = \frac{1}{4}$$ ✓

$$\left[\begin{aligned} MPL &= \frac{\partial q}{\partial L} = 2K^2L \\ MPK &= \frac{\partial q}{\partial K} = 2L^2K \end{aligned}\right]$$

أ . ✓

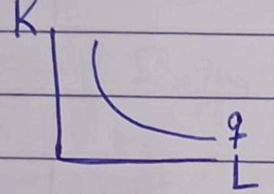
(سلايد "7")

CH6 - 4/8 :- Cont......:-

⊙> حالات خاصة في شكل الـ "Isoquant" :-

⊙> (في ذلك لما يكون هنالك علاقة بين Inputs يلي بستخدمهم بالإنتاج يكونوا بدائل أو مكملات) :-

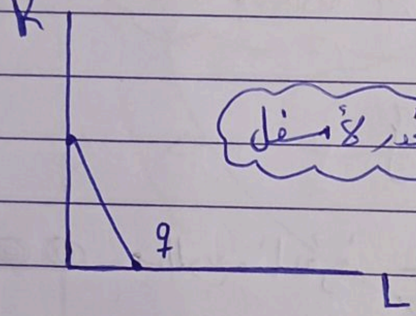
* الشكل العام لِ الـ "Isoquant" :-



* الحالات الخاصة :-

** الحالة الأولى :-

Isoquant with input are Perfect Substitution



منحدر لأسفل

-The Production functions for these goods : $q(L,K) = aL + bK$

ثوابت

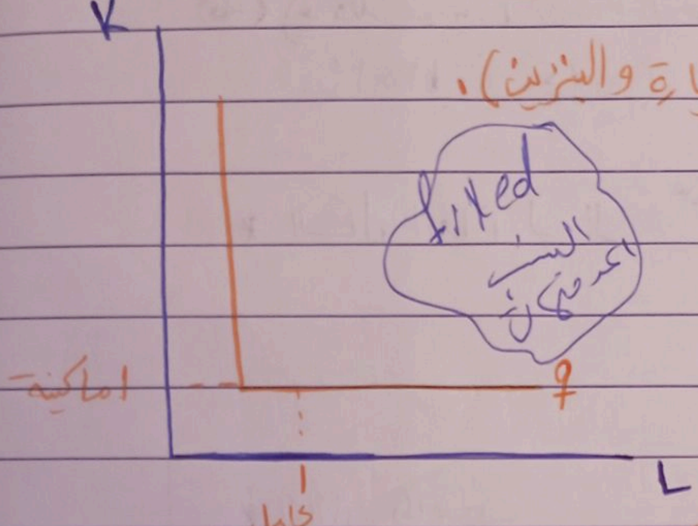
K, L → بدائل → يعني أنا بالإنتاج اما بستخدم عمال أو ماكينات ✓. في هذه الحالة يكون شكل الـ Isoquant ← خط مستقيم منحدر لأسفل ✓.

لذلك ← لا تكون ← the RTS is constant.

◉ ← الحالة الثانية :- (اذا كانوا مكملات) :-

*Perfect complement :- → يعني لما انج لازم استخدم عمال ومكائن.
(علم تكاملي زي السيارة والبنزين).

شكله بالرسم :-



شكله بالمعادلة الرياضية :-

$$q(L,K) = \min\{K, L\}$$

or $\min\{aL, bK\}$

◎◎ مطلوب منا نعرفه ← شكل الرسمة ✓

← المعادلة ✓

//

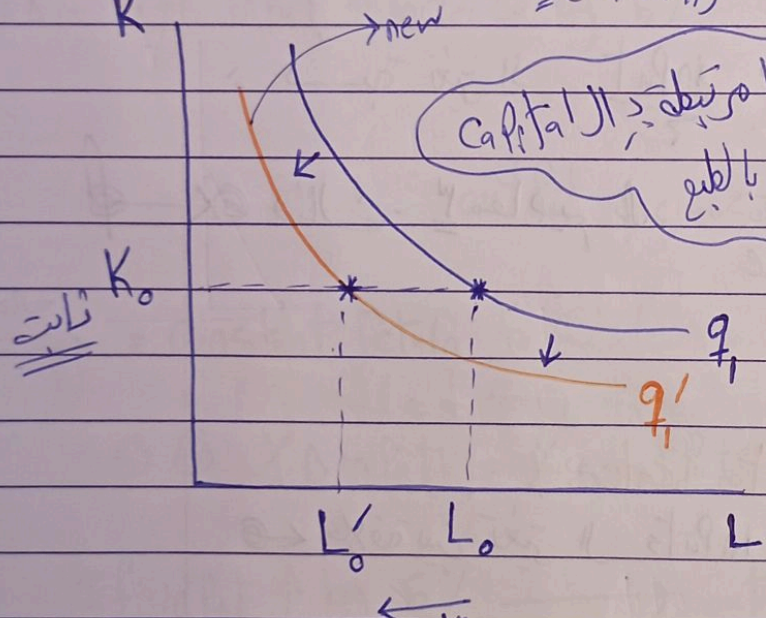
*Slide 18 :- Change in Technology :-

- ماهو أثر تغيّر مستوى التكنولوجيا بالإنتاج ؟؟ ع استخدامنا بين الـ Labor و capital :-

← دائماً التكنولوجيا مُمكنة من انتاج نفس الكمية بأقل تكاليف أو بنفس كمية المصادر ، بقدر انتج كمية انتاج أكبر . ✓

رح نظهر :- ∴ شو تأثير التكنولوجيا بـ استخدام الـ "Isoquant" :-

◎ تؤدي إلى ← للداخل Shift Isoquant inward . ✓
or (to the left)



دائماً التكنولوجيا مرتبطة بـ الـ capital مش الالات بالطبع

إنتاج نفس الكمية لعدد عمال أقل

لمّا تتحسن وضع التكنولوجيا لازم يبين الرسم انو اعتمادي ع العمال قل . ✓

← يتبع ....

الموضوع الأخير بـ (CH 6) :-

* Return to Scale :- (شبيه بالـ elasticity)

وهي : نسبة التغيير بالـ input وتأثيرها على الـ output
بين مدخلات الإنتاج وتأثيرها

مثال : ⟸ قررنا Increase the # of Labor by 10% .

المتوقع يصير بكمية الإنتاج شو ؟؟ هل رح تزيد بـ 10% ؟
أقل من 10% ؟
أكثر من 10% ؟

هذا الذي يحدده الـ Return to Scale . ✓

: نسبة تغير الـ input وتأثيرها على output .

⊙ ⟵ ⊙ هناك ٣ مفاهيم بالـ Return to Scale :
- Increasing
- decreasing
- constant

[1] Increasing return to scale :-

⊙ ⟵ علاقة بين تغير الـ inputs والتأثير على الـ output

for example :-

If input ↑ increase by 5% .
(capital , Labor)

النتيجة :- لـ نلاحظ انو كمية الإنتاج (output) رح تزيد بـ أكثر من 5% . ✓

خلاصة :-

حالة١ :- * Increasing return to scale :- (ذكرهن الفغفه)

EX: If input (Labor, capital) ↑ by 5%

النتيجة :-

output increasing by more than 5%.

input نسبة التغير بال output أكبر من ال

حالة٢ :- * Decreasing return to scale :-

نسبة التغير بال input أقل من ال output.

EX :- if input ↑ increase by 5%

النتيجة :-

output increase by Less than 5%.

حالة٣ :- * Constant return to scale :-

$\% \Delta$ input = $\% \Delta$ output

If input ↑ by 5% ⟶ output ↑ by 5%

متكافئات

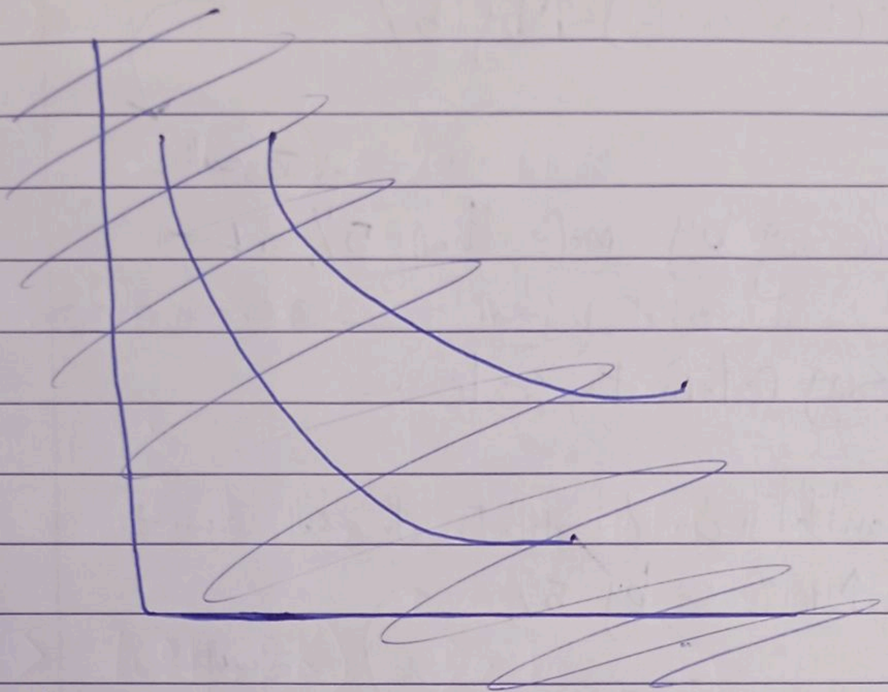
منول الـ ٣ مفاهيم بدي احكيهم ع رسمة الـ Isoquant.

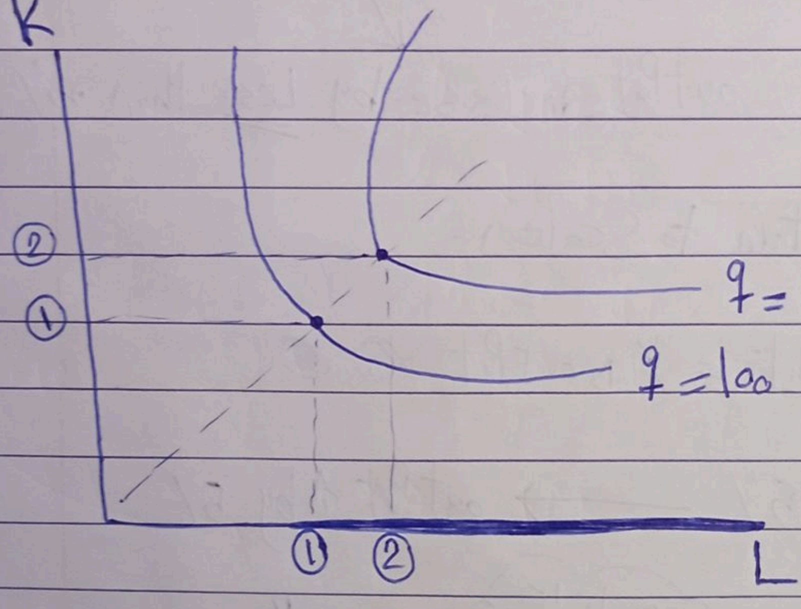
و كمان رح نعكسهم بالأمثلة الرياضية الرقمية.

⟵ يتبع.

⑥ ← **التمثيل بالرسم** :-

⑥ الحالة الأولى ←





$L_1 = 1$, $L = 2$ (×2) — $K = 1$, $K = 2$ (×2)

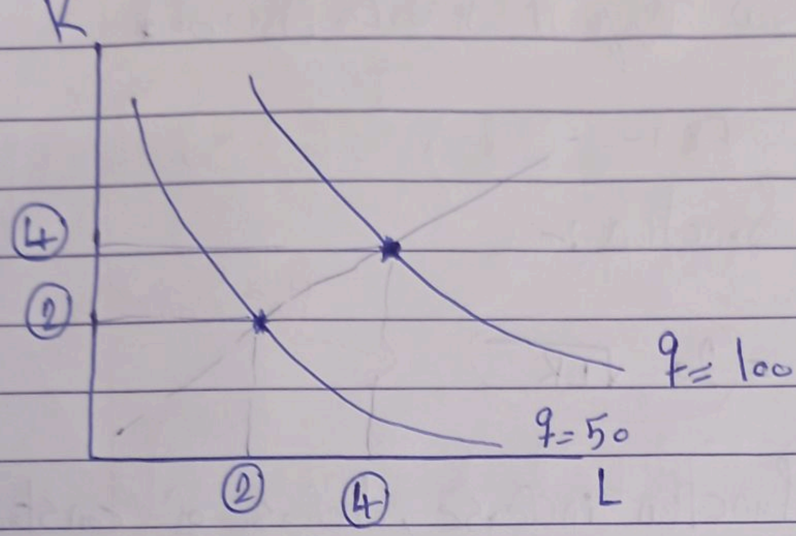
$\longrightarrow q = 100$

$\longrightarrow q = 180$

~~×2~~ أقل من ×2

ينتج ← ~ . Decreasing ... less than ×2

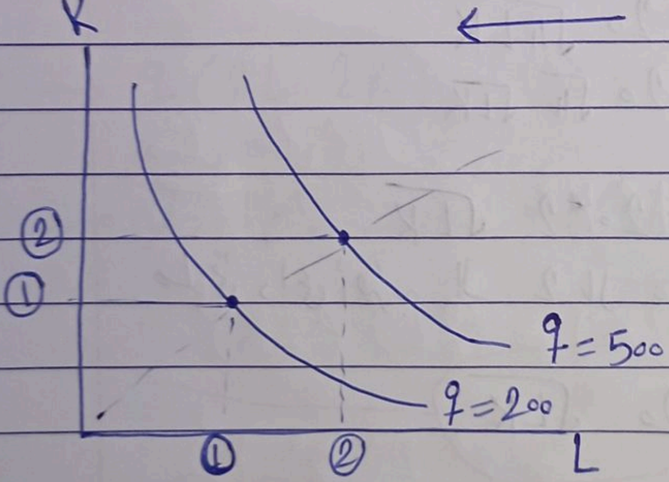
⑥ الحالة الثانية ←



$$\left.\begin{matrix}L=2\\ L=4\end{matrix}\right]\times 2 \quad , \quad \left.\begin{matrix}K=2\\ K=4\end{matrix}\right]\times 2 \quad \begin{matrix}\longrightarrow q=50\\ \longrightarrow q=100\end{matrix}\Bigg]\times 2$$

{= constant}.

⑥ الحالة الثالثة ←



$$\left.\begin{matrix}L=1\\ L=2\end{matrix}\right]\times 2 \quad , \quad \left.\begin{matrix}K=1\\ K=2\end{matrix}\right]\times 2 \quad \begin{matrix}\longrightarrow q=200\\ \longrightarrow q=500\end{matrix}\Bigg]\cancel{\times 2}$$

أكبر من ×2

mafelthao ×2

{= increasing}.

* من خلال معادلة الـ Isoquant كيف يمكن احكم على الـ Return to Scale ??

EX :-

→ Production function :-

$$q(L,K) = 20\sqrt{LK}$$

the Same

IS the production function increase, decrease or constant ??

Answer :-

⓪ بضاعف الـ input و بشوف شو بصير بالـ output ⓪

كيف أضاعف ؟؟ ← وين ما في "L" بحط معها 2L وكذلك K ← 2K .

$$\rightarrow q(2L, 2K) = 20\sqrt{(2L)(2K)}$$

$$= 20\sqrt{4LK}$$

$$= 20\sqrt{4}\sqrt{LK}$$

$$= 20 * 2\sqrt{LK}$$

ما في داعي أضربه الـ 2 بالـ 20

اولاً ✓ تمام ،

هي نفسها .

$$2 * 20\sqrt{LK}$$

$$= 2q \rightarrow \text{constant}$$

مثال آخر :-

EX 2 :-

$$q(L, K) = KL$$

الحل → $q \Rightarrow (2L, 2K)$

$$= 2K \; 2L$$

$$= 4KL \qquad = 4q$$

ضربت الـ input بـ "2" ← النتيجة انو الـ output مضروب بـ 4

= increasing . ✓

مثال آخر :-

EX ③ :-

$$q(L, K) = 2L + 3K$$

الحل → $q(2L, 2K) = (2)\,2L + (2)\,3K$

إخراج عامل مشترك ② → $= 2\,(2L + 3K)$

نفسها q

$$= 2q \; . \checkmark$$

= constant . ✓ ضربت الـ input بـ ② الـ output طلع الناتج مضروب بـ ② برضو "!!" .

.~ ← other ex. تتبع ←

$\boxed{\text{مثال آخر}}$:-

$q \Rightarrow q(L,K) = L^{0.3} K^{0.5}$

الحل :- $q(2L, 2K) = (2L)^{0.3} (2K)^{0.5}$

يوزع القوى $= 2^{0.3} L^{0.3} 2^{0.5} K^{0.5}$

جمع المتشابهين (عند الضرب نجمع القوى) $\longrightarrow 2^{0.3+0.5} L^{0.3} K^{0.5}$

$= 2^{0.8} L^{0.3} K^{0.5}$

$= 2^{0.8} q$ L $< 2q$

$\Rightarrow$ Decreasing. L

مثال على كالاتي :-

$q(L,K) = L^2 K^3$

الحل :- $q(2L, 2K) = (2L)^2 (2K)^3$

$= 2^2 L^2 2^3 K^3$

$= 2^{2+3} L^2 K^3$

$= 2^5 L^2 K^3$

$= 2^5 q > 2q \rightarrow$ increasing

//

استنتاج :- اذا كانت :-

بيتا الفا

$q = (L,K) = L^{\alpha} K^{B}$ ⟶ لازم مرتبه بينهم جمع "+"

انتبه

$\alpha + B = 1 \longrightarrow$ constant (Return to scale)

$\alpha + B = <1 \longrightarrow$ decreasing.

$\alpha + B = >1 \longrightarrow$ increasing

Note:-

هؤلاء الحالات تستخدم في الحل السريع على سبيل المثال: صح و خطأ.
أما في الحل العادي مطلوب طريقة الحل كامل.

في CH6 ✓