ندى معطان

{ تلخيص شابتر 0 / ماث أولى }

Chapter 0 Section 0.1

* A Set: is a well defined collection of objects.

المجموعة: هي عبارة عن مجموعة من العناصر المعرفة.

* we can write the sets by two ways:

بنقدر نكتب المجموعة بطريقتين، هما:

1. list its elements — تعداد العناصر
2. Describing elements — وصف العناصر

Ex

1. A set of odd numbers between 2 and 8

عددي

مجموعة الأعداد الفردية التي تقع بين الـ 2 & 8

- by list its elements

B = {3, 5, 7} نقوم فقط بتعداد العناصر

- by Describing its elements:

B = {X : X is odd number between 2 & 8}

B = {X : 2 < X < 8 , X odd}.

② Set of female students in this lecture

→ By list its elements
↳ A = { Sundas, Reem, ——— Eman }

→ By describing its elements
↳ A = { X : X is a female student in this lecture }.

✱ → If all the element in the set can be listed we can said it finite set

إذا قدرنا نعرض جميع عناصر المجموعة حتى لو كانت كثيرة جداً نسميها finite set

Ex A = {1, 2, 3}
B = {1, 2, ——— , 1000000}

→ If we can't list all the element in the set we can said it Infinite set

إذا ما قدرنا نعرض جميع عناصر المجموعة زي المجموعة الأعداد الطبيعية نسميها Infinite set

Ex A = { 1, 2, ... }
B = { 2, 4, 6 ... }

→ If the set contain no elements we called it empty set or null set, we can denoted it by ∅ or { }

المجموعة اللي ما بتحتوي على عناصر نسميها المجموعة الخالية أو فاضية وبنمثلها بـ ∅ أو { }

Ex A = { X : X is a chinese students in this lecture }

A = ∅ / { }

(*) Relations between sets:-

[1] The sets are equal if they contain the same elements.

تكون المجموعات متساوية إذا احتووا على نفس العناصر بغض النظر عن ترتيب العناصر.

Ex $X=\{1,2,3,4\} \Rightarrow X=Y$
$Y=\{4,3,2,1\}$

[2] The two sets are Disjoint if they have no common elements.

$C=\{1,2,a,b\} \Rightarrow$ C & D are Disjoint.
$D=\{3,e,5,c\}$

تكون المجموعتان غير مرتبطتان إذا لم تحتويا على عناصر مشتركة.

[3] The set A is subset of B if every element in A exist B $\Rightarrow A \subseteq B$.

المجموعة A هي مجموعة جزئية من B إذا كانت جميع عناصر A موجودة في المجموعة B ونرمز لها بالرمز $A \subseteq B$.

Ex $A=\{5,9,7\}$
$B=\{x : x \text{ is odd number}\}$.
$C=\{1,2,3\}$
then: $A \subseteq B$
$C \not\subseteq B$

$A \subseteq A$, $\emptyset \subseteq A$ دائماً

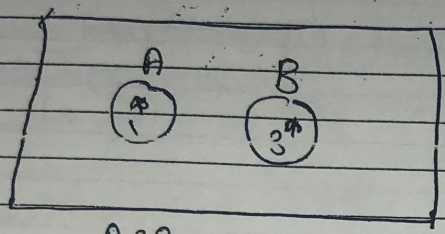
$A=\{1,2,3,9\}$

$1 \in A \mid 2 \in A \mid 3 \in A \mid 9 \in A$

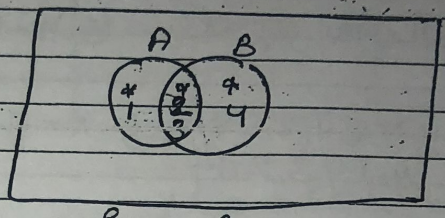
1 تنتمي إلى A
2 " " A
3 " " A
9 " " A

Venn Diagrams :

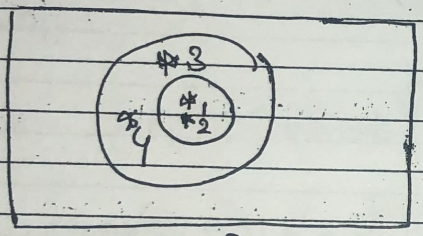
→ By assumption each set is a subset of a large set called Universal set



A & B are Disjoint
$A=\{1\}$ $B=\{3\}$



$A=\{1,2,3\}$
$B=\{2,3,4\}$
$A \cap B=\{2,3\}$
↳ A intersection B ← تقرأ
وهي عبارة عن العناصر المشتركة بين A & B



$A \subseteq B$

$A=\{1,2\}$
$B=\{1,2,3,4\}$

ملاحظات مهمة :
- $A \cup \emptyset = A$
- $A \cap \emptyset = \emptyset$
- $A \cap A' = \emptyset$
- $A + A' =$ Universal set
- $A - B = A \cap B'$
- $(A')' = A$
- $(A \cup B)' = A' \cap B'$
- $(A \cap B)' = A' \cup B'$

$A \cup B = \{x : x \in A$ or $x \in B$ or both$\}$

A اتحاد B = A او B او كلاهما معاً
أو عناصر من A أو من B أو من الاثنين

$U' = \emptyset$

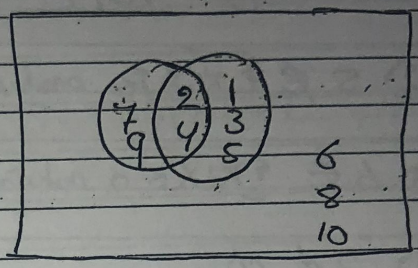
مثال توضيحي

Ex Let $\{X : X \in \mathbb{N} \text{ & } X < 11\}$ ⇒ Universal set

مجموعة الأعداد الطبيعية

$A = \{2, 4, 7, 9\}$

$B = \{1, 2, 8, 4, 5\}$



⇒ The Intersection A∩B

↳ $A \cap B = \{2, 4\}$ العناصر المشتركة بين A & B

⇒ The union of A∪B

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ⇒ جميع العناصر بدون تكرار في A & B

⇒ The complement of A is A'

↳ $\{1, 3, 5, 6, 8, 10\}$ ⇒ جميع العناصر الموجودة في U الـ Universal وهي غير موجودة في A

$A' = U - A$

⇒ The difference of A-B =

↳ $A - B = \{7, 9\}$

حل الـ (*) : Outline

① $12 \in \{1, 2, 3, 4 \dots\}$.

② $5 \notin \{x : x$ is a natural number greater than $5\}$.

③ $6 \notin \{x : x$ is a natural number less than $6\}$.

④ $3 \notin \phi$

⑤ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

⑥ $\{7, 8, 9\}$.

⑦ $\{x : x$ is a natural number grater than 2 and less than $8\}$.

⑧ $\{x : x$ is a natural number greater than $6\}$.

⑨ $A \not\subseteq B \subseteq B$

⑩ $A \not\subseteq B \subseteq B$, $A = B$

⑪ N_0 , $A \not\subseteq B$

⑫ N_0 , $A \not\subseteq B$.

⑭ $E \subseteq F$ / $F \not\subseteq E$

⑯ $D \subseteq F$ & $F \subseteq D$

⑰ $A = B$

(19) $D \neq E$

(22) ϕ

(25) ϕ

(26) $\{1, 2, 3\}$

(28) $A \cap B = \{a, e, i, o, u, b, c, d\}$.

(29) ϕ

(31) $A' = \{4, 6, 9, 10\}$.

(34) $(A \cap B)' = \{4, 6, 9, 10, 1, 2, 5, 7\}$.

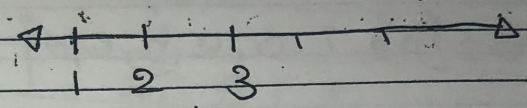
(35) $(A \cup B)' = \{6, 9\}$.

Section 0.2

→ Subsets of the set of Real numbers:-
مجموعات جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية :-

1 Natural Numbers:- الأعداد الطبيعية
نرمز لها بالرمز N وهي عبارة عن الأعداد الموجبة من 1 وأكثر.

$N = \{1, 2, 3, \dots\}$



$N \subset R$

مجموعة الأعداد الطبيعية هي مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية

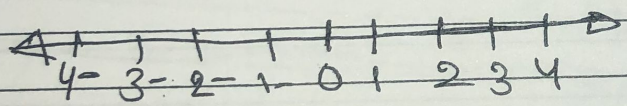
2 Integers:- الأعداد الصحيحة
نرمز لها بالحرف I وهي عبارة عن الأعداد الموجبة والسالبة والصفر.

$I = \{\dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

$I \subset R$

$N \subset I \subset R \Rightarrow$

مجموعة الأعداد الطبيعية هي مجموعة جزئية من الأعداد الصحيحة والأعداد الصحيحة مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية.



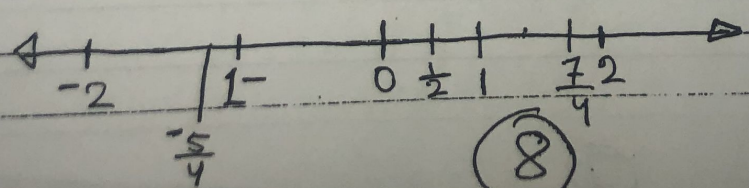
3 Rational numbers:- الأعداد النسبية
هي عبارة عن كل الأعداد التي يمكن كتابتها على صورة كسر (بسط على مقام)

$\Rightarrow \frac{A}{B}, B \neq 0$

وجب ان نستطيع كتابته على هيئة كسر عشري سواء كان منتهي أو غير منتهي

Ex:- $\frac{5}{11}, \frac{3}{7}, \frac{-3}{7}, 2.\overline{3}$

Rational $\subset$ Real



4 Irrational Numbers:-
هي عبارة عن الاعداد التي ما يمكن تكتب على صورة كسر

Ex $\sqrt{3}$, $\sqrt{2}$, $\pi = 3.14$, $e = 2.7$

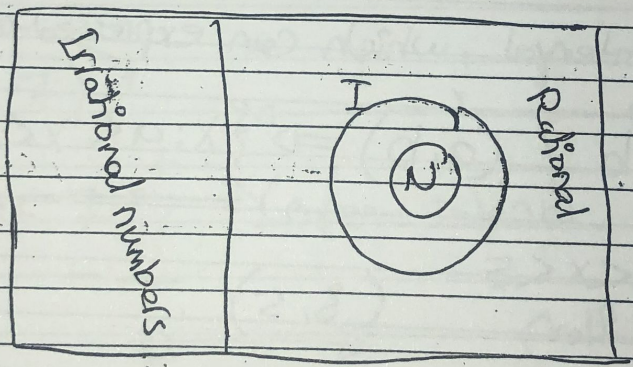
* Cannot be written as $\frac{A}{B}$.

Irrational ⊂ Real

Irrational ∪ Rational ⇒ Real Numbers.

5 Real Numbers:- الاعداد الحقيقية
تحتوي على الاعداد الصحيحة والطبيعية والنسبية والغير نسبية

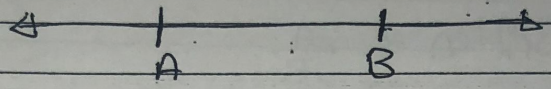
↳ ((Contain all Rational, Irrational, Natural, Integers))



∴ Real Numbers.

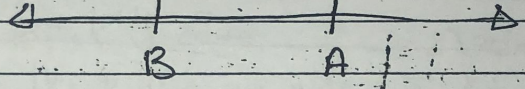
⇒ Inequalities :- $(<, >, =)$

→ A, B are real numbers
A is less than B of A is left of B on the line numbers
$a < B$



→ A grater than B if A is right of B on the line numbers

$A > B$



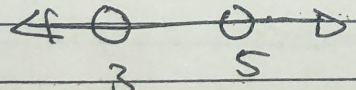
⇒ Intervals الفترات

* أنواع الفترات :-

① open Interval, which can expressed as :-

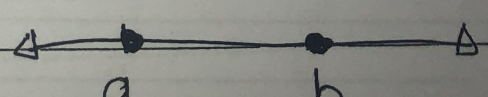
$a < x < b$ / $(a, b) \Rightarrow \{x : a < x < b\}$

Ex. $3 < x < 5$ $(3, 5)$



② closed Interval :-

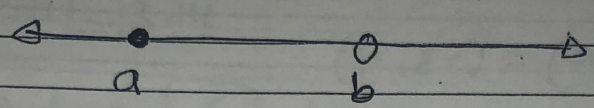
$a \leq x \leq b$ / $[a, b]$



$\Rightarrow \{x : a \leq x \leq b\}$

(3) The half open Interval:-

$a \leq x < b$, $[a, b)$

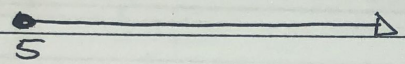


$\{x : a \leq x < b\}$

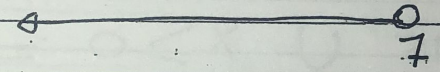
Ex Write the type of the following Intervals & write them in other ways:-

① $\infty \geq 5$ (half open Interval)

$[5, \infty)$

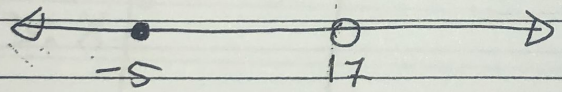


② $(-\infty, 7)$



$-\infty < 7$ (open Interval)

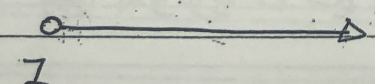
③



(half open Interval)

$-5 \leq x > 17$ $[-5, 17)$

④



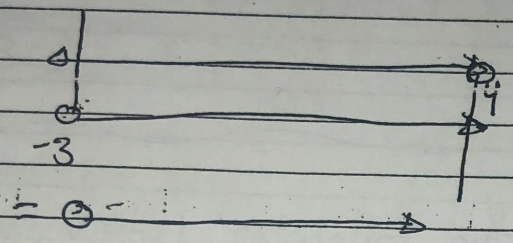
(open Interval)

$\infty > 7$ $(7, \infty)$

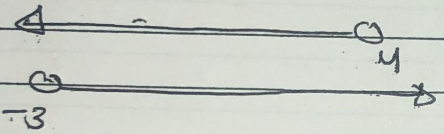
⇒ Ex

perform the following operations & write your answer in interval notation :-

① $(-\infty, 4) \cap (-3, \infty) = (-3, 4)$

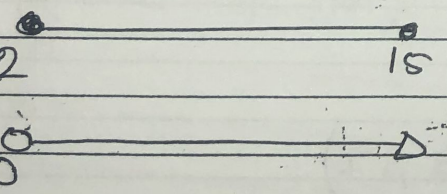


② $(-\infty, 4) \cup (-3, \infty) = (-\infty, \infty)$ ⇒ Real Numbers



③ $2 \leq X \leq 15 \cup X \geq 0$ ⇒

$= [2, 15] \cup [0, \infty) = [0, \infty)$



④ القيمة المطلقة

if X is a real number, then absolute value of X is $|X| = \begin{cases} X & : X \geq 0 \\ -X & : X < 0 \end{cases}$

Ex $\left|\frac{-4}{5}\right| = \frac{4}{5}$

⑤ الأولويات في العمليات :-

① ( ) practecles الأقواس

② power القوة

③ * or ÷ from left to right الضرب أو القسمة من اليسار لليمين

④ − or + from left to right الجمع أو الطرح من اليسار لليمين

حل الـ Outline :-

(10) $\pi = 3.14$

(11) $0.333 \boxed{<} \frac{1}{3}$

(13) $|-3|+|5| \boxed{>} |-3+5|$

(30) $[-4, 3]$

(32) $[2, \infty)$

(44) $\emptyset$

Section 0.3

(*) $a \cdot a \cdot a \cdot a = a^4$

↳ a ⇒ the base

4 ⇒ the exponent.

(*) $4a^n \neq (4a)^n$ $\quad -x^n \neq (-x)^n$

-1, 4 ⇒ Coefficient (المعامل).

Ex

$-3^4 = -81$

$(-3)^4 = 81$

(*) Rules of exponents قوانين

(1) $a^m a^n = a^{m+n}$ لازم يكون الاساس متشابه

Ex $3^2 \cdot 3^{-4} = 3^{2+-4} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

(2) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, $a \neq$ zero عند القسمة في الاساس المتشابه نطرح الاسس (الاقوى).

Ex $\frac{4^7}{3^4} = 4^{7-3} = 4^4 = 256$

(3) $(ab)^m = a^m \cdot b^m$ ⇒ بنوزع القوة

Ex $(3x)^2 = 3^2 \cdot x^2 = 9x^2$

④ $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$ ← بنضرب القوى ببعض مش بنجمع — لاحظ

Ex $(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6 = 64$

⑤ $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$, $b \neq zero$ بتوزع القوة ع البسط والمقام

Ex $\left(\frac{-2}{5}\right)^3 = \frac{(-2)^3}{(5)^3} = \frac{-8}{125}$

⑥ $a^{zero} = 1$ أي اشي قوة صفر = 1

Ex $(45)^0 = 1$, $(1000000)^0 = 1$ $(-0,00072) = 1$

لاحظ اشي ←
- $-1^0 = -1$ ← لأن السالب مش داخل القوس
- $(-1)^0 = 1$ ← السالب داخل القوس

⑦ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, $a \neq zero$

Ex $3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$

⑧ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$; $(a, b \neq zero)$ بنقلب الكسر وبنعكس إشارة القوة

Ex $\left(\frac{x^2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{x^2}\right)^3 = \frac{27}{x^6}$

15

: outline الحل ~ (8)

(1) $(-4)^4 = 256$

(2) $-5^3 = -125$

(5) $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

(7) $-\left(\frac{3}{2}\right)^2 = -\left(\frac{9}{4}\right)$

(10) $8^4 \cdot 8^2 \cdot 8 = 8^{4+2+1} = 8^7 = 2097152$

(12) $\frac{7^8}{7^3} = 7^{8-3} = 7^5 = 16807$

(16) $(2^{-3})^{-2} = 2^{-3 \cdot -2} = 2^6 = 64$

(22) $(xy^2)^0 = 1$

(19) $(x^2)^{-3} = x^{-6} = \frac{1}{x^6}$

(25) $x^{-5} \cdot x^3 = x^{-2} = \frac{1}{x^2}$

(27) $\frac{x^8}{x^4} = x^{8-4} = x^4$

(33) $(xy)^2 = x^2y^2$

(35) $\left(\frac{2}{x^5}\right)^4 = \frac{2^4}{(x^5)^4} = \frac{16}{x^{20}}$

(45) $\left(\frac{a^{-2}b^{-1}c^{-4}}{a^4b^{-3}c^0}\right)^{-3}$

$= (a^{-6}b^2c^{-4})^{-3}$

$= \frac{1}{(a^6b^{-2}c^{+4})^3}$

$= \frac{1}{a^{18}b^{-6}c^{12}} = \frac{b^6}{a^{18}c^{12}}$

Section 0.4

(*) $\sqrt[n]{a} = b$ only if $a = b^n$

← يعني :- جذر n للعدد a يساوي b إذا كانت
a مضروبة بنفسها n من المرات ← $b^n = a$

(*)	$a = 0$	$a > 0$	$a < 0$
n = even ← n عدد زوجي	$\sqrt[n]{a} = 0$	$\sqrt[n]{a} > 0$	$\sqrt[n]{a}$ ← not real
n = odd ← n عدد فردي	$\sqrt[n]{a} = 0$	$\sqrt[n]{a} > 0$	$\sqrt[n]{a} < 0$

توضيح

← في حالة إذا كان n عدد زوجي :-
← إذاً a = zero طبعاً معروف إنه الصفر جذرها دائماً صفر لو
شو ما كانت a

← إذا قدرة a يعني إذا a كانت عدد زوجي
رح يكون الجواب برضو عدد زوجي اكبر من صفر

← إذا كانت $a < 0$ يعني a من الاعداد السالبة ، رح يكون الجواب
غير معرف (not real) / (undefined)

توضيح

← في حالة كانت a عدد سالب :-
← إذا a = صفر ← دائماً جذر الصفر يساوي صفر
← إذا $a > 0$ ← يعني a من الاعداد الموجبة رح يكون الجواب موجب
← إذا $a < 0$ ← يعني a من الاعداد السالبة ، رح يكون الجواب عدد سالب

✱ $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$

Ex $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{a}$

$(-27)^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-27} = -3$

$(-25)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[2]{-25} =$ Not real

✱ $a^{\frac{m}{n}} = (a^{\frac{1}{n}})^m = (\sqrt[n]{a})^m \Rightarrow \sqrt[n]{(a)^m}$

Ex $(16)^{\frac{4}{3}} = \sqrt[3]{(16)^4} = 40.3$

$(16)^{\frac{3}{4}} = (\sqrt[4]{16})^3 = (2)^3 = 8$

✱ Rules :-

1 $\sqrt[n]{a^n} = a$

Ex $\sqrt[117]{(4.5)^{117}} = 4.5$

$\sqrt[2]{9^2} = 9$

$\sqrt[2]{(-2)^2} = -2$

$\sqrt[2]{4} = \sqrt[2]{2^2} = 2$

(2) $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$

Ex $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2 \cdot 4} = \sqrt[3]{8} = 2$

$\sqrt[2]{x^2 y} \cdot \sqrt[2]{x y^3} = \sqrt[2]{x^3 y^4}$

(3) $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

Ex $\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{54}{2}}^{27} = \sqrt[3]{27} = 3$

Ex $(y)^{\frac{-3}{2}} = \sqrt[2]{(y)^{-3}} = \frac{1}{(\sqrt[2]{y})^3}$

ملاحظة: القواعد (1,2,3) تتحقق فقط إذا
(1) $a \geq 0$, $b \geq 0$
(2) إذا كانت n عدد موجب

⊛ Simplifying Radicals :

→ A radical is ... simplified if all of it's radical factors have power less than index.

يعني عالمثال $\sqrt[n]{(a)^m}$ بتكون الجذر مبسط اذا كانت $n > m$

Ex $\sqrt[2]{3}$ ⇒ Simplified

$\sqrt[2]{4}$ ⇒ Not Simplified
↳ $\sqrt[2]{2^2} = 2$

$\sqrt[4]{x^4}$ ⇒ Not Simplified.

$\sqrt[3]{y^2}$ ⇒ Simplified

$\sqrt[2]{8}$ ⇒ Not Simplified
↳ $\sqrt[2]{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2\sqrt[2]{2}$
(لازم simplify)

$\sqrt[2]{24}$ = Not Simplified
↳ $\sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3} = 2\sqrt{2 \cdot 3} = 2\sqrt{6}$

⊛ خطوات التبسيط ← ① خلي ماكنة الجذر أي عوامله الأولية
② مثلاً عنا جذر تربيعي بنروح بناخد 2 من كل عناصر متشابهة وبنطلع برا بس زي كأنه بناخد نص واحد بس والثانية بنروح
③ بنضل نطلع 2 من كل العناصر المتشابهة وخلص نص واحد برا الجذر طبعاً بيضل عندي 1 او اقل من هاي العناصر
لـ الامثلة القادمة توضح اكثر

Ex

$\sqrt[3]{a^6 b^4 c^2}$

① $a^3 \rightarrow \sqrt[3]{a.a.a.a.a.a.b.b.b.b.c.c}$

② بناخد 3 من كل عنصر
وبنطلع اللي اتاخد وبقربه

$a.a.b\sqrt[3]{b.c.c}$

③ $a^2.b\sqrt[3]{b.c^2}$ ← Simplified

Ex

$\sqrt[2]{32x^3}$

① $\sqrt{2.2.2.2.2.x.x.x}$

②

$2.2.x\sqrt{2.x}$

③ $4x\sqrt{2x}$

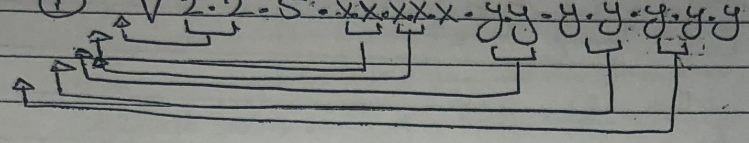
$\sqrt[3]{27y^8} = \sqrt[3]{3.3.3.y.y.y.y.y.y.y.y}$

$= 3.y.y\sqrt[3]{y.y}$

$= 3y^2\sqrt[3]{y^2}$

Ex $\sqrt[2]{20x^5y^7}$

① $\sqrt{2\cdot2\cdot5\cdot x\cdot x\cdot x\cdot x\cdot y\cdot y\cdot y\cdot y\cdot y\cdot y\cdot y}$



② $2\cdot x\cdot x\cdot y\cdot y\cdot y\sqrt[2]{5\cdot x\cdot y}$

③ $2x^2y^3\sqrt{5xy}$

outline vi ✗

(35) $\sqrt{64x^4} = 8x^2$

(40) $\sqrt{32x^5y} = x^2y\sqrt{2xy}$

(44) $\sqrt{10x\,z^{10}}\cdot\sqrt{30x^{17}z} = 10x^9z^5\sqrt{3\cdot z}$

(45) $\frac{\sqrt{12x^8y^{12}}}{\sqrt{27x\,y^2}} = \sqrt{\frac{12x^3y^{12}}{27xy^2}} = \sqrt{\frac{4x^2y^{10}}{9}} = \frac{2xy^5}{3}$

Section 0.5

⊛ Definitions:

→ A term :- a product of a number with a variables to powers.

← الحد :- هو ناتج متغير كل قوة

→ Constant term :- الحد الثابت ← يكون رقم بدون متغير

→ the degree of a term :- is the sum of its variable powers

← درجة الحد :- مجموع القوى التي في المتغيرات.

→ The Coefficient :- the number in the term

← المعامل :- الرقم الي جنب المتغير (الرقم الي بالحد)

→ polynomial :- the sum of a finite ... terms with nonnegative integer powers on the variables

← كثير الحدود :- مجموع من الحدود المنتهية بأسس غير سالبة وصحيحة في المتغيرات.

→ The degree of a polynomial :- is the degree of the term with highest degree

← درجة كثير الحدود :- هي = اعلى درجة في الحد

→ Leading term → الحد الي فيه أعلى درجة

→ Leading coefficient → المعامل الي يكون مع الحد الي اعلى درجة.

Ex How many terms do we have? And what the degree of the terms:-

① $4x^2y$ → one term
→ degree → $2+1=3$

② $\sqrt{x} + 7y$ → 2 terms
→ the degree → $\frac{1}{2} + 1 = 1,5$

③ $\frac{3x}{x-1}$ → one term

④ $5x^{10}$ → one term
the degree → 10

⑤ $5z^{10}y^3x^4$ → the degree → $10+3+4 = 17$

Ex which of the following is polynomial? and what is the degree of the following?

① $3x^2y + x^2y^5 + 2$ ⇒ polynomial
the degree ⇒ 7

② $5xy + 3\sqrt[4]{xy}$ ⇒ not polynomial

③ $5x + 2y^3$ ⇒ polynomial
the degree ⇒ 3

* The general form of the polynomial of one variable:
$a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x^1 + a_0 x^0$
a_0 → Constant term حد ثابت

✳ Combining polynomials :-

We can add or subtract like terms by adding or subtracting the coefficients of the variables. (terms with exactly the same variable factors "like terms").

بنقدر نجمع أو نطرح الحدود المتشابهة عن طريق طرح وجمع معاملات منه المتغيرات . بس بشرط انها تكون حدود متشابهة .

- الحدود المتشابهة :- هي الحدود اللي عندها نفس المتغيرات بنفس القوة .

Ex

① $(4xy + 3x) + (5xy - 2x)$

$= 9xy + x$

② $(3x^2 + 4xy + 5y^2 + 1) - (6x^2 - 2xy + 4)$

$= -3x^2 + 6xy + 5y^2 - 3$

③ $(8xy^3) + (2xy^3)$

$= 10xy^3$

✳ Multiplication :- هتضرب العبارات الجبرية بعضها كل حد في العبارة الجبرية الأولى مع كل حد في العبارة الجبرية الثانية

Ex ① $(x - 4)(x + 3)$

$= x^2 + 3x - 4x - 12$

$= x^2 - x - 12$

② $(8xy^3)(2x^3y)(-3xy^2)$

$= -48x^5y^6$

ماوزنا لانه لايوجد بباقي الاقواس عمليات حسابية

✱ Division :- القسمة

ملاحظة مهمة :- بتستخدم القسمة الطويلة عندما يكون عندنا مقدارين بنفس المتغير

بس ما بستخدم القسمة الطويلة لما يكون عندي اكثر من متغير

مثلاً

$15x^2y^3 \div 3xy^5$

بنحل زي ماتعلمنا بسيكشن 0.3

$$\frac{\cancel{15}^{3}x^2y^3}{\cancel{3xy^5}} = 5xy^{-2} = \frac{5x}{y^2}$$

القسمة الطويلة :-

$(4x^3 + 4x^2 + 5) \div (2x^2 + 1)$

dividend ⇓ المقسوم منه

divisor ⇓ مقسوم عليه

Quotient ⇒ الناتج

divisor ⇐ مقسوم عليه | dividend ⇒ مقسوم منه

remainder ⇒ الباقي

$$
\begin{array}{r|l}
 & 2x+2 \\
\hline
2x^2+1 & 4x^3+4x^2+5 \\
- & 4x^3+2x \\
\hline
 & 4x^2-2x+5 \\
 & -4x^2+2 \\
\hline
 & -2x+3
\end{array}
$$

$$
\frac{4x^3+4x^2+5}{2x^2+1} = 2x+2+\left(\frac{3-2x}{2x^2+1}\right)
$$

الخطوات :- ① ترتيب المقسوم والمقسوم عليه حسب الدرجات

② بنجيب على اكبر قوة (درجة) من الطرفين وبنقسمها واذا واجهنا فيها صعوبة فبنقسمها على جنب بهذا الشكل $\frac{4x^3}{2x^2}$

③ الجواب اللي بطلع معنا بنضربه في الناتج وبنشوف جميع حدود المقسوم عليه وبطلع معنا جواب بنطرحه من المقسوم منه .

④ بنطرح الجواب اللي طلع معنا من عملية القسمة من المقسوم منه . بطلع معنا جواب بنقسمه على المقسوم عليه .

⑤ بنكرر العمليات هاي لحتى توصل درجة الباقي اقل من درجة المقسوم عليه وبعدها بنعملها زي ما عملنا فوق

↳ بنطلع (الناتج + $\frac{\text{الباقي}}{\text{المقسوم عليه}}$)

(*) حل الاسئلة الاتية :-

(1) $10 - 3x - x^2$

(a) 2

(B) -1

(c) 10

(D) poly of one variable.

(4) (a) 6

(B) -5

(c) 0

(D) poly of several variables.

(22) $y^3 - [y^2 - (y^3 + y^2)] - [y^3 + (1 - y^2)]$

$= y^3 - [y^2 - y^3 - y^2] - y^3 - 1 + y^2$

$= y^3 - y^2 + y^3 + y^2 - y^3 - 1 + y^2$

$= y^3 + y^2 - 1$

(23) $(5x^3)(7x^2) = 35x^5$

(33) $(4x + 3)^2 = 16x^2 + 24x + 9$

(40) $\left(\frac{2}{3} + x\right)\left(\frac{2}{3} - x\right) = \frac{4}{9} - x^2$

(53) $(x+1)^3 = (x+1)(x^2 - x + 1)$

(55) $(2x-3)^3 = (2x-3)(2x^2+6x+9)$.

(59) ⇐ كيف نحل

↳ $(x^4+3x^3-x+1) \div (x^2+1)$.

$$
\begin{array}{r|l}
x^2+1 & x^4+3x^3-x+1 \\
\hline
 & x^2+3x-1 \\
- & x^4+x^2 \\
\hline
 & 3x^3-x^2-x+1 \\
- & 3x^3+3x \\
\hline
 & -x^2-4x+1 \\
- & -x^2-1 \\
\hline
 & -4x+2
\end{array}
$$

$$
x^2+3x-1+\left(\frac{2-4x}{x^2+1}\right)
$$

Section 0.6

Factoring ⇒ اخراج عامل مشترك

⇒ $AB + AC = A(B+C)$

Ex Factor:-

$-3x^2t - 3x + 9xt^2$

بنطلع $3x$ عامل مشترك

$3x(-xt - 1 + 3t^2)$

* لازم نتنبه انها لازم تكون موجودة بكل الحدود

⇒ Factoring by grouping ⇒ مش مطلوب

(*) Factoring a trinomial :- تحليل العبارة التربيعية

$(x+A)(x+B) = x^2 + (a+b)x + ab$
or ⇒ $x^2 + ax + bx + ab$
} A, b ⇒ Constant.

Ex

① $x^2 - 7x + 6$

$(x-6)(x-1)$

$x - 6 = 0$ or $x - 1 = 0$

$+6 \quad +6 \qquad +1 \quad +1$

$\boxed{x = 6}$ or $\boxed{x = 1}$

الخطوات :- ① بترتيب من الاكبر قوة للاصغر.

② بنفتح قوسين وبنحط بكل قوس x وبدورها بوجد الرقمين اللي حاصل ضربهم = 6.

ومجموعهم = -7

③ نحطهم بالاقواس وبوجد قيمة x اللي ممكن تكون إما 1 أو 6

Ex ② $y^2 - 10y + 25$

$= (y-5)(y-5)$

$= (y-5)^2$

$y = 5$

✱ Special factoring :-

$\Rightarrow (x^2 - a^2) = (x+a)(x-a)$ الفرق بين مربعين

Ex ① $x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$

② $x^2 - 16y^2 = (x-4y)(x+4y)$

$\Rightarrow (a^3 - b^3) = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$ الفرق بين مكعبين

Ex $(8 - z^3)$

$(2-z)(4 + 2z + z^2)$

(*) حل الاقواس فيما يلي :-

(4) $12y^3z + 4yz^2 - 8y^2z^3$

$= 4yz(3y^2 + z - 2yz^2)$

(9) $x^2 + 8x + 12 = (x+2)(x+6)$

(10) $x^2 - 2x - 8 = (x-4)(x+2)$

(21) $4x^2 - x = x(4x-1)$

(55) $x^3 - 64 = (x-4)(x^2+4x+16)$

(57) $27 + 8x^3 = (3+2x)(9-6x+4x^2)$

(42) $x^8 - 81 = (x^4)^2 - (9)^2 = (x^4-9)(x^4+9)$

$= (x^2-3)(x^2+3)(x^4+9)$

$= (x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})(x^2+3)(x^4+9)$

(43) $x^4 - 8x^2 + 16 = (x^2-4)(x^2-4)$

$= (x-2)(x+2)(x-2)(x+2)$

$= (x-2)^2(x+2)^2$

Section 0.7

✱ Algabric Fraction are : النسب الجبرية

Algabric expression ~~Algabric expression~~ هي اي اشي بتكتب على صيغة $\frac{A}{B}$

Ex $\frac{7}{9}$, $\frac{X+y}{X^2+0}$

✱ Simpliying fractions :

to simplify, factor the denominator and numerator and divide them by the Comman factors.

عشان ابسط الكسور بعمل خطوتين :-

① تحليل البسط والمقام

② يلغي العوامل المشتركة بين البسط والمقام

Ex ① $\frac{6}{8} = \frac{2 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{3}{4}$

② $\frac{x^2-8x+12}{x^2-4} = \frac{(x-2)(x-6)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x-6}{x+2}$

(*) product of fractions :- العمليات على الكسور

to multiply, multiply the numerater together and the denominator together (after simplifying)

في عملية ضرب الكسور :- بنضرب البسط بالبسط الثاني
عن طريق ضرب المقام بالمقام والبسط بالبسط
بس بعد التبسيط

Ex ① $\frac{4}{5} \cdot \frac{10}{12} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$

② $\frac{-4x+8}{3x+6} \cdot \frac{2x+4}{4x+12} =$

$= \frac{4(-x+2)}{3(x+2)} \cdot \frac{2(x+2)}{4(x+3)}$

$= \frac{2(-x+2)}{3(x+3)}$

③ $\frac{-x-2}{x+2} \cdot 3 = \frac{-1(x+2)}{(x+2)} \cdot 3 = -1 \cdot 3 = -3$

طالما البسط عامل مشترك

⊛ Division

$$\frac{A}{B} \div \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C}$$

⊛ بالقسمة بخلي الكسر الأول زي ما هو و بقلب القسمة لضرب و بقلب الكسر الثاني

Ex① $\frac{4}{7} \div \frac{5}{21} = \frac{4}{7} \times \frac{21}{5} = \frac{12}{5}$

② $\frac{a^2b}{c} \div \frac{ab}{c^2} = \frac{a^2b}{c} \times \frac{c^2}{ab} = ac$

③ $\frac{6x^2-6}{x^2+3x+2} \div \frac{x-1}{x^2+4x+4}$

$= \frac{6x^2-6}{x^2+3x+2} \cdot \frac{x^2+4x+4}{x-1}$ ⟹ كول القسمة لضرب وقلب الكسر الثاني

$= \frac{6(x-1)(x+1)}{(x+1)(x+2)} \cdot \frac{(x+2)(x+2)}{(x-1)}$ ⟹ نبسط

$= 6 \cdot (x+2)$

$= 6x + 12$

✱ Least Common Denominator (LCD)

الخطوات:

① Factor the denominator completly.
② List the distinct factors.

① بحلل المقام ويحللوه لعوامل (صورة)
② باخد اول تحليل كله بعديها باخد عالتحليل التاني اذا فيه اشي اذا كتبوه بكتبوه واللي ما كتبوه بكتبو.

Ex ① $\frac{3}{12} + \frac{7}{8}$

to find LCD

$12 = 3 \cdot 2 \cdot 2$

$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$

$LCD = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2$

$= 24$

$\frac{3(2)}{12(2)} + \frac{7(3)}{8(3)} \Rightarrow$ LCD = المقام الاصلي

$24 =$

$= \frac{6}{24} + \frac{21}{24} = \frac{27}{24} = \frac{9}{8}$

② $\frac{3x}{a^2} + \frac{4}{ax}$

$a^2 = a \cdot a$

$ax = a \cdot x$

$LCD = a \cdot a \cdot x = a^2x$

LCD = المقام المشابه للاصلي

$a^2x =$

$\Rightarrow$

$\frac{3x(x)}{a^2(x)} + \frac{4(a)}{ax(a)}$

$= \frac{3x^2}{a^2x} + \frac{4a}{a^2x}$

$= \frac{3x^2 + 4a}{a^2x}$

(3) $\frac{y-3}{(y-5)^2} - \frac{y-2}{y^2-4y-5}$

$(y-5)^2 = (y-5)(y-5)$

$y^2-4y-5 = (y+1)(y-5)$

$LCD = (y-5)(y-5)(y+1)$

$\frac{(y-3)(y+1)}{(y-5)^2(y+1)} - \frac{(y-2)(y-5)}{(y+1)(y-5)(y-5)} = 0$ نوحد المقام وبضرب الاسي الناقص عشان تطلع عندي الـ LCD

$= \frac{(y^2+y-3y-3) - (y^2-5y-2y+10)}{(y-5)(y-5)(y+1)}$

$= \frac{(y^2-2y-3) - (y^2-7y+10)}{(y-5)^2(y+1)}$

$= \frac{y^2-2y-3-y^2+7y-10}{(y-5)^2(y+1)}$

$= \frac{5y+13}{(y-5)^2(y+1)}$

⊛ حل الاونت لاين :-

(1) $\frac{18x^3y^3}{9x^3} \div \frac{6y^3}{z} = \frac{z}{z}$

(9) $\frac{8x-16}{x-3} \cdot \frac{4x-12}{3x-6} = \frac{32}{3}$

(10) $(x^2-4) \cdot \frac{2x-3}{x+2} = 2x^2-7x+6$

(22) $\frac{4}{9-x^2} - \frac{x+1}{9-x^2} = \frac{x+3}{9-x^2} = \frac{x+3}{(3-x)(3+x)} = \frac{1}{3-x}$

$LCD = 9-x^2$

(34) $\frac{3x^2(x+1)}{\sqrt{x^3+1}} + \frac{\sqrt{x^3+1}}{1} \left(\sqrt{x^3+1}\right) = \frac{3x^2(x+1)}{\sqrt{x^3+1}} + \frac{x^3+1}{\sqrt{x^3+1}}$

$LCD = \sqrt{x^3+1}$

$= \frac{(3x^2(x+1)) + (x^3+1)}{\sqrt{x^3+1}} = \frac{3x^3+3x^2+x^3+1}{\sqrt{x^3+1}}$

$= \frac{4x^3+3x^2+1}{\sqrt{x^3+1}}$

Learn to light alone :)

Chapter 01 Done ^^

نزى معطان

الاونت لاين ← دعاء الصرفندي