1.5 Elementary Matrices

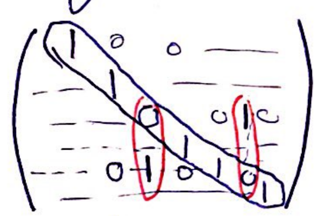
- An Elementary matrix, is a matrix That can be turned into I if I use any row operation only once

$I \rightsquigarrow E.R.O \rightsquigarrow E$

- Types:-

↳ Elementary of Type I :- $E_1 \rightsquigarrow$ Using R.O. I
↳ Elementary of Type II :- $E_2 \rightsquigarrow$ Using R.O. II
↳ Elementary of Type III : $E_3 \rightsquigarrow$ Using R.O. III

Type I :-

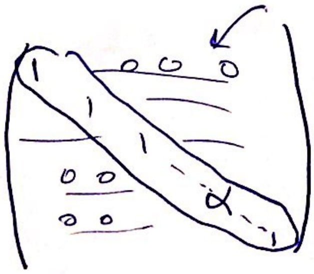
$E =$ 

$R_i \Leftrightarrow R_j$

* تكون المصفوفة من النوع الأول اذا
وجدنا صفرين في الDiagonal و
مقابلها خارج الDiagonal كان هناك
واحدات

Type II :-

برة كله زيرو

$E =$ 

* تكون المصفوفة من النوع الثاني
اذا وجدنا α (ثابت) في ال Diagonal
و خارج ال Diagonal كله أصفار

Type III :-

$$E = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 1 & \\ c & & & 1 \end{pmatrix}$$

* ستكون المصفوفة من النوع الثالث اذا كان هناك ثابت c خارج الـ Diagonal . لكن الـ Diagonal كله واحد

Remark

left multiplication:

If E is an elementary matrix

$\rightarrow EA$ has the same effect as applying the row operation of E on A

Theory :-

- If E is elementary matrix Then:-

  It's :- ↳ non singular

  ↳ E^{-1} is elementary of the same Type

Main Result of the Chapter :-

- A is a $n \times n$ - matrix

Then :-

a) A is nonsingular

b) The system $Ax = 0$ has only the zero solution

c) A is row equivalent to I

- اذا تحقق احدى الشروط ، الشروط الباقية صحيحة واذا لم يتحقق احد الشروط فالشروط الباقية غير صحيحة

Method of computing A^{-1}

- تذكر أن :- اذا كانت A ، non.Sin فهي row.equi لـ I ، اضافة إلى أننا نعلم أن A^{-1} تساوي الـ Row.op التي قمت بها على A مطبقة على I (أعتقد من ما سبق تعرف :p)
- لذلك قم بعمل الـ row oper على A و I في نفس الوقت لإيجاد A^{-1}
- لتتأكد من جوابك اضرب التنتجين :- الجواب يجب ان يكون I
- اذا طلع معنا (row of 0) في Reduction of A هذا يعني أن singular A ...
- سأوضح ذلك .!! في التلخيص الآخر

Equivalent Matrices

If $A, B \rightarrow n \times n$ matrices Then A is equivalent to B if :-

$$A = E_k \text{ --- } E_2 E_1 B$$

- يعني هل الـ B اذا قمت بعمل R.O عليها تعطيني A ؟

Proprieties :-

→ $A \approx B$ Then $B \approx A$

→ $A \approx B$ & $B \approx C$ Then $A \approx C$

Theory

I have two systems:-

① $\underset{n\times n}{A}x = 0$, ② $A x_{n\times n} = b$

If I have two solutions , (x, y) Then

$x \pm y$ is still a solution

فإن النتيجة صحيحة لـ ① وليست صحيحة لـ ②

The Result :-

If A is non singular :- $Ax = b$ has a Unique Solution

يعني لدينا طريقة جديدة لحل الـ systems :-

$$Ax = b$$

اضرب بـ A^{-1} للطرفين

$$x = A^{-1} b$$

اوجده , أوجد الحل بضربه بـ b

Matrices

singular

has no inverse

$C = A - B$

$A x_0 = B x_0$

$x_0 \neq 0$

only if C is singular

idempotent

$A^2 = A$

non singular

- If There is B where

  $AB = I$

  n×n — Inverse of A

- B: is unique
- $A \pm B$ is not nonsingular
- AB is non singular

  $(AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$

- $AB = AC$

  If A is non singular Then $B = C$

- A^T is non-singular and

  $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$

- How to find A^{-1} of A:-

  → You make Row operations on A & I at the same Time Till A Becomes I

$$\left(A \mid I \right)$$

The result here is A^{-1}

- How to find E (Elementary Matric) when having two matrices

Remember $A \sim$ operations $\sim B$

$I \sim$ same operations $\sim E$

Scanned by CamScanner