# Chapter 8 → Interval Estimation

"Confidance interval" فترة ثقة

للتوضيح ← عمر الزواج للبنا ← فلسطين

| ① | ② |
|---|---|
| $\mu = 23$ ← حيو/المجتمع | $\mu \in (21, 25)$ ← موجود بالمجتمع |
| $\bar{x} = 22.5$ ← للعينة | $\bar{x} \in (20, 23)$ ← موجود بالعينة |
| Point Estimation | Interval Estimation |
| التقريب على شكل رقم | التقريب على شكل فترة |
| | ↓ |
| | هذا يتم التركيز عليه في هذا الباب |
| | لأنه بكون أحتمالية الصواب أكثر وبالتالي فهذا أفضل |

Scanned by TapScanner

8

8.1 ⇝ Population mean ⇝ $\sigma$ is known

Interval Estimation ⇝ [40, 50] ← التوقع يكون من إلى

- Point Estimations 90 ← التقدير على شكل رقم

⇝ Parameter ⇝ $\mu, \sigma$ for population

⇝ statistic ⇝ $\bar{x}, s$ for sample

- Point Estimater ⇝ $\bar{x}$ point estimater of $\mu$
  $s$ point estimeter of $\sigma$

- Point Estimate ⇝ $\bar{x} = 70$ ⇝ (value) يعني القيمة
  "The value" $s = 10$

---

- The question or the purpose is to Construct an interval for $\mu$ when $\sigma$ is given
  لما تكون $\sigma$ معروفة

القانون → $\left( \bar{x} - \frac{z}{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \; , \; \bar{x} + \frac{z}{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$ Confidance Interval

$\bar{x}$ = sample mean  $\sigma$ = Pop. S.D
$n$ = sample size

8.1 مثلها $\sigma$ ← اذا بالسؤال اعطانا ← معروفة
8.2 مثل $s$ ← اذا بالسؤال اعطانا

Scanned by TapScanner

$(1-\alpha)\%$ Confidance level مستوى الثقة

Ex → ال (students grades) (70, 90)
لما نقول اننا عندنا مستوى "ثقة" من الثقة
انه معدلات الطلاب في هذا 70 و 90

لما كل ما زاد مستوى الثقة يكون احسن $(1-\alpha)\%$

Ex → 90% Confidant interval

↳ $\frac{90}{100} = 0.9$

↳ $1-\alpha = 1-0.1 = 0.9$

↳ $\alpha = 0.1$

---

Example → if the sample mean = 32 and $n=50$
$\sigma = 6$

↳ Provid 90% Confidance interval for the pop mean?

→ المطلوب → $Z_{\frac{\alpha}{2}}$ = The value of Z, area to the right of Z is $\frac{\alpha}{2}$

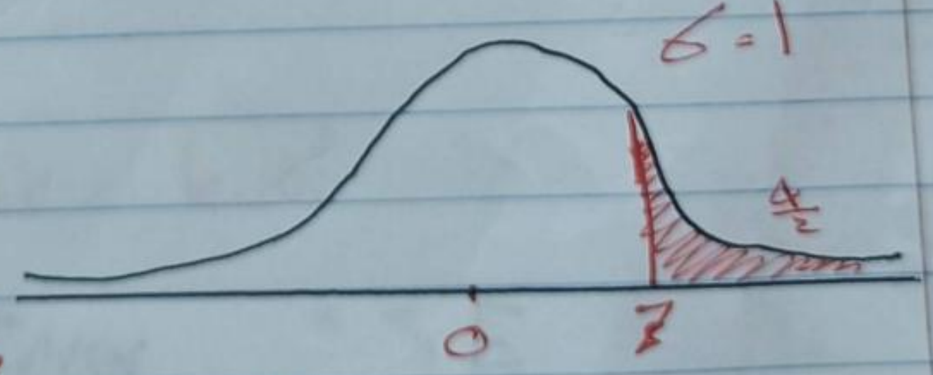
$\frac{90}{100} = 0.9$

$1-0.1 = 0.9$

$\therefore \alpha = 0.1$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0.1}{2} = 0.05 \sim Z_{0.5}$

↳ $1-0.05 = 0.95$ بالرجوع للجدول




$\sim = \frac{1.64+1.65}{2}$

$\therefore 1.645$

Scanned by TapScanner

" $z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.645$ "

So the interval is

$$\left( \bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} , \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right)$$

$$= \left( 32 - 1.645 \frac{6}{\sqrt{50}} , 32 + 1.645 \frac{6}{\sqrt{50}} \right)$$

$$= (32 - 1.3958 , 32 + 1.3958)$$

$$= (30.604 , 33.395)$$

↳ we are 90% Confident that $\mu$ is between

$(30.604 , 33.395)$

---

$(1 - \alpha)$ ⇝ Confidence Coefficient معامل الثقة

$\alpha$ ⇝ significance level مستوى المعنوية

$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ = standard Error "SE" ← الخطأ المعياري

$z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ = Marginal Error "ME" ← الخطأ الهامشي

Scanned by TapScanner

Ex ~ نفس معطيات المثال السابق

find 95% Confidence interval for pop mean

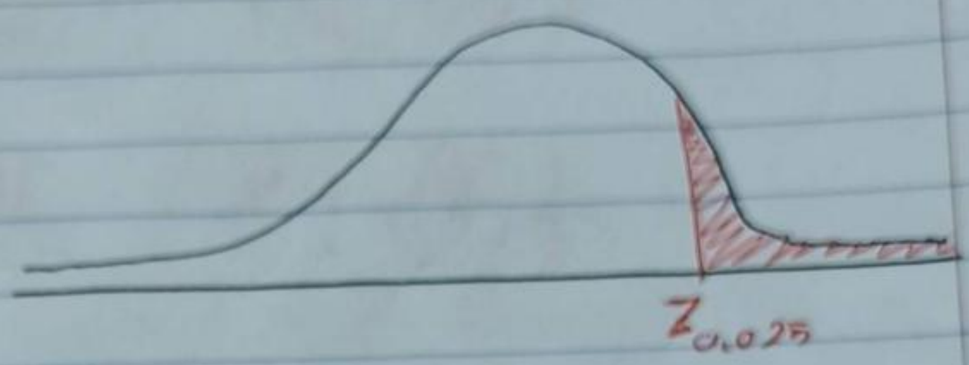
↳ $\frac{95}{100} = 0.95$

$1 - \alpha = 0.95$

↳ $\alpha = 0.05 \rightsquigarrow \frac{\alpha}{2} = \frac{0.05}{2}$

$= 0.025$

$\frac{Z}{\frac{\alpha}{2}} = \frac{Z}{0.025}$




↳ $1 - 0.025 = 0.975$

لـ بارجع ع الجدول

$\frac{Z}{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

So ~ The Confidence interval

$$\left( 32 - 1.96 \frac{6}{\sqrt{50}} , 32 + 1.96 \frac{6}{\sqrt{50}} \right)$$

$$(30.336 , 33.663)$$

So ~ we are 95% Confidence that the pop mean is between (30.336, 33.663)

ملاحظة 1/ لـ باخد الفئة على الأبعد الـ كتير

ملاحظة 2/ كلما كبرت الفئة الدقة تقل

ملاحظة 3/ كلما زادت الثقة الفترة بتزيد

Scanned by TapScanner

للتأكيد

Marginal Error = ME = $z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Standard Error = SE = $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

↳ $\left(\bar{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} , \bar{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$

↳ $\left(\bar{x} - ME , \bar{x} + ME\right)$

اذا سئل عن طول الفترة ← $(a,n) = n-a$

$(2,4) = 4-2 = 2$

$\bar{x} + ME - (\bar{x} - ME)$

$\bar{x} + ME - \bar{x} + ME$

طول الفترة ← $= 2ME$ قاعدة مهمة

Interval lenght = 2 ME

---

Ex ← (40, 50) ① Interval lenght = 50-40)
= 10

② ME ؟

I. L = 10

I. L = 2 ME ← $\frac{10}{2} = \frac{2}{2} ME$

ME = 5

Scanned by TapScanner

③ "مثال" if the Confidence leve = 90%
what is the standard Error "SE"

$\frac{Z}{\alpha_2} \Rightarrow \frac{90}{100} = 0.9$

$\alpha = 0.1 \rightsquigarrow \frac{\alpha}{2} = 0.05$

$1 - 0.05 = 0.95$

average لأنه بكبل بعدانا

$\hookrightarrow \frac{Z}{\alpha_2} = 1.645 \rightsquigarrow ME = 5$ (حسب السؤال السابق)

$ME = 1.645\ (SE)$

$\frac{5}{1.645} = \frac{1.645}{1.645}\ (SE)$

$SE = \frac{5}{1.645} = 3.0395$

---

هذا الجدول موجود بالكتاب عشان استخدمه

| Confidence level | $\alpha$ | $Z_{\alpha/2}$ |
|---|---|---|
| 90% | 0.1 | 1.645 |
| 95% | 0.05 | 1.96 |
| 99% | 0.01 | 2.576 |

علاقة عكسية بين n, SE

Scanned by TapScanner

8.2 ~> population mean → $\sigma$ unknown

↳ $\sigma$ known ~> z table

$\sigma$ unknown ~> t table

↳ Confidence interval for the population mean $\mu$ when $\sigma$ is unknown

$$\left( \bar{x} - \frac{t}{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} , \bar{x} + \frac{t}{\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} \right)$$

القانون مهم جداً!

---

Example ~> To estimate the grade of BZU student in Tawjihi exam, we use a sample of 25 students

The sample mean was 90 and the sample standard deviation was 10 grades

"8.2" ليش

① Construct 90% C.I for for the true mean of the tawjihi grades

② 95% C.I

③ 99% C.I

Scanned by TapScanner

① → C.I = 90 $\quad n = 25 \quad s = 10$

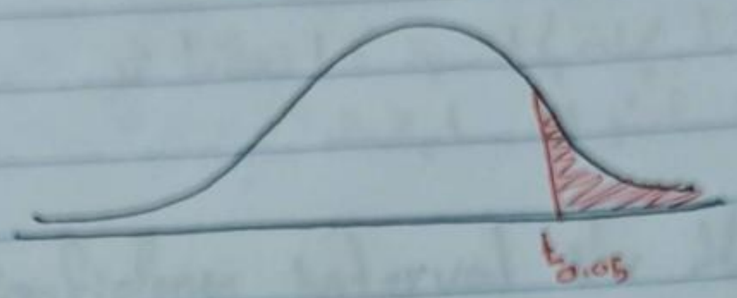
$\bar{x} = 90$

$\frac{90}{100} = 0.9$

$1 - \alpha = 0.9$

↳ $\alpha = 0.1 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = \frac{0.1}{2} = 0.05$

$t_{0.05}$




من الجدول اعلى

$t_{0.05} = 1.711$ $\quad$ t جدول في $n-1 = 24$

↳ $\left(90 - 1.711 \frac{10}{\sqrt{25}}, 90 + 1.711 \frac{10}{\sqrt{25}}\right)$

$= (86.578, 93.422)$

↳ we are Confident that the population mean between 86.578, 93.422

* ← حل الباقيات نفس الفكرة ولكن الارقام بتختلف

Scanned by TapScanner

مثال

Example: if the sample is 10, 8, 12, 15, 13, 11, 6, 5

what is the point estimate of the pop. mean

$\bar{X}$ = مجموع القيم / عددها = 10

S = 3.464 ← الانحراف المعياري للعينة كما تعلمنا في الدرس السابق

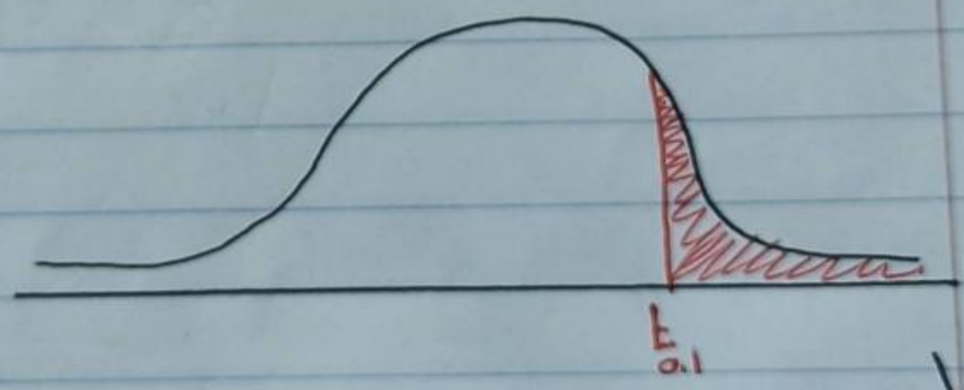
Construct 80% Confidence interval for the pop. mean

$1 - \alpha = 0.8$

$\alpha = 0.2$ $\quad \frac{\alpha}{2} = \frac{0.2}{2} = 0.1$

$t_{0.1}$ ← $n - 1 = 8 - 1 = 7$

$t_{0.1} = 1.415$ ← من الجدول




$$\left( 10 - 1.415 \frac{3.464}{\sqrt{8}} , 10 + 1.415 \frac{3.464}{\sqrt{8}} \right)$$

$$\left( 8.267036 , 11.732 \right)$$

Scanned by TapScanner