Chapter 4 Introduction to probability مقدمة للاحتمالات

4.1 ⇝ Experiment, Counting Rules, and Assigning probabilities

↳ التجربة، قواعد العد، وتعيين الاحتمالات

---

1 Probability ⇝ الاحتمالات
↳ Numerical Measure of the likelihood that an event will occure

↳ رقم يقيس مدى احتمالية حدوث الشيء

2 Experiment ⇝ التجربة
↳ a process that generates well-defined outcomes

↳ هي عملية تولد نتائج محددة جيداً

Example

	Experiment		outcomes
⇝	Toss a Coin	رمي عملة	Head, Tail
⇝	Roll a die	رمي النرد	1, 2, 3, 4, 5, 6
⇝	Play Football game	لعب الفوتبول	win, loss or Tie (تعادل)

Scanned by TapScanner

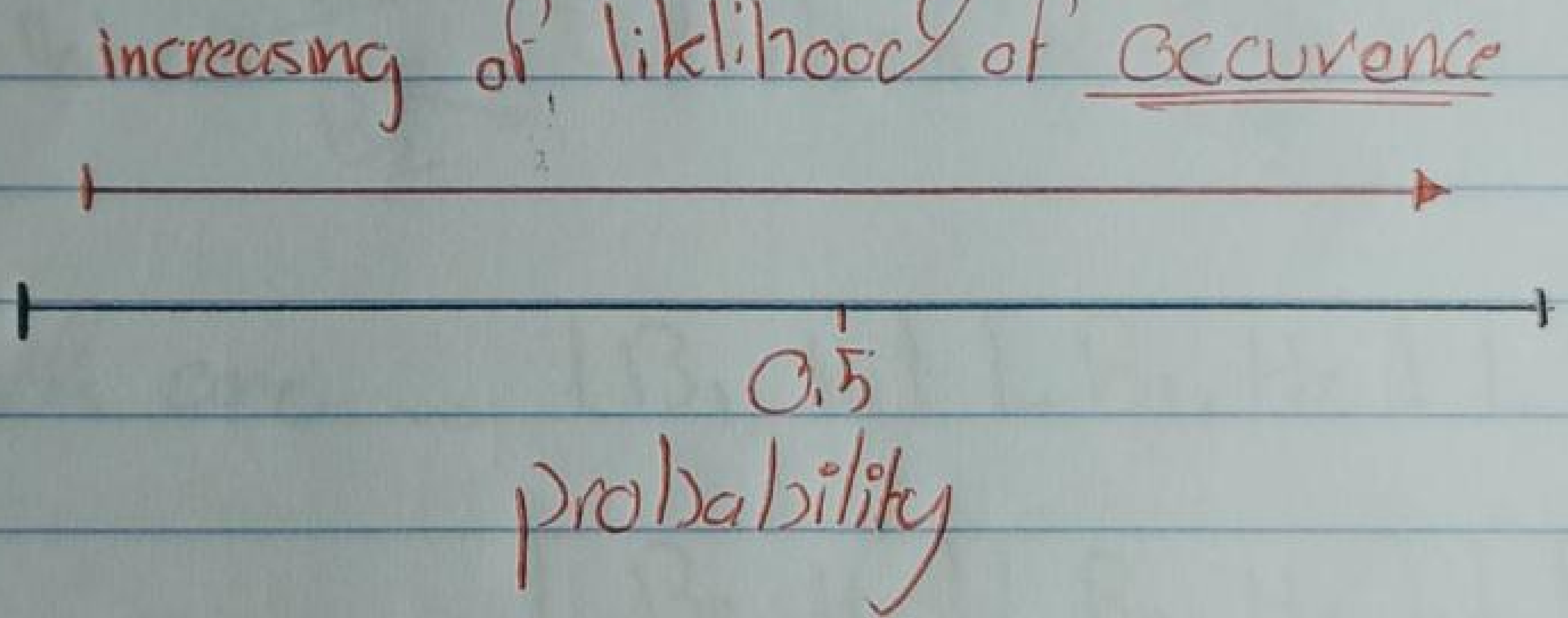
- Sample space "Ω" فضاء عيني

↳ The sample space of an experiment (s) for an experiment is The set of all experimental outcomes

↳ الفضاء العيني للتجربة مجموع كل النتائج من التجربة

⇝ Sample point → is experimental outcome

↳ كل واحدة من النواتج



$S = \{Head, Tail\}$ ⇝ sample space of Tossing a coin

↳ الفضاء العيني لالقاء قطعة نقد

$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ⇝ sample space of rolling a die

↳ الفضاء العيني لالقاء حجر نرد

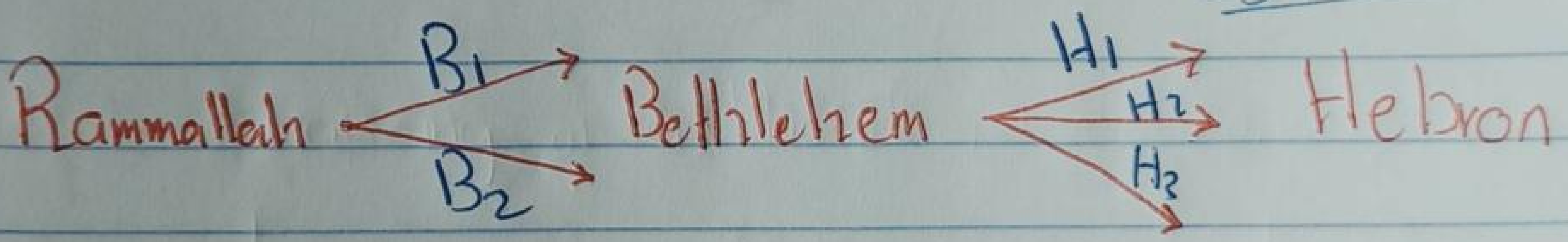
Counting Rule قاعدة العد

→ *Multiple step experiment* تجربة متعددة الخطوات

Example → if one goes from Rammallah to bethlehem useing 2 roads, and from Bethlehem to Hebron in 3 ways, in how many ways can he go from Rammallah to Hebron ?

Answer → $3 \times 2 = 6$ ways

الرسمة الشجرة



The roads are → $[B_1, H_1]$ $[B_1, H_2]$ $[B_1, H_3]$

$[B_2, H_1]$ $[B_2, H_2]$ $[B_2, H_3]$

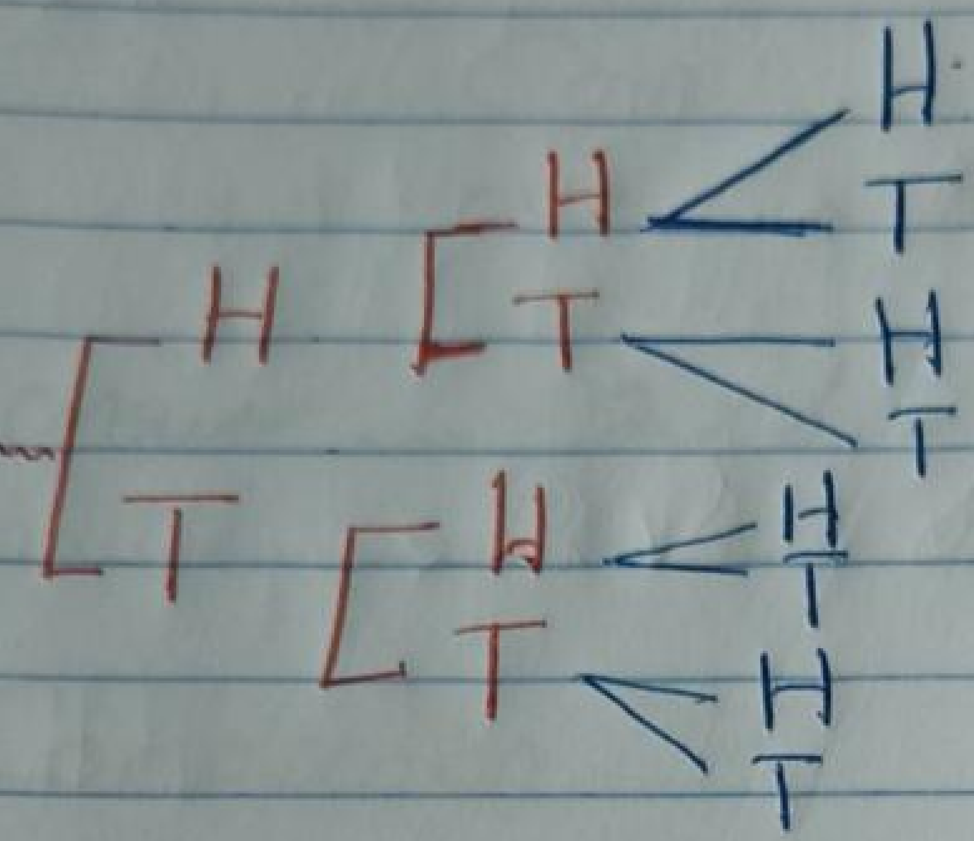
So the sample space $S = \{B_1H_1, B_1H_2, B_1H_3, B_2H_1, B_2H_2, B_2H_3\}$

Example ~ رمي قطعة نقد

$S = \{ \text{Head } H, \text{ Tail } T \}$

لو رمي قطعة نقد 3 مرات

Coin ~



$S = \{ (H,H,H), (H,H,T), (H,T,H), (H,T,T), (T,H,H), (T,H,T), (T,T,H), (T,T,T) \}$

Sample space

Sample space ~ $2 \times 2 \times 2 = 8$

□ Counting Role for Multiple-step experiments

القاعدة

↳ if an experiment can be described as a sequence of k step with n_1 possible outcome on the first step, n_2, n_3 possible outcome on the second step and so on. then the total number of experimently outcome is given by $n_1 \times n_2 \times n_3 \dots n_k$

لو تجربة بتكون من خطوة

n_1 الخطوة الأولى

n_2 الخطوة الثانية

n_2 الخطوة الثالثة

عدد النواتج = عدد نواتج n_1 × عدد نواتج n_2 × ...... n_3 ، الكلي

Example ⇝ How many outcome in the experiment of rolling a Coin and the a die

يعني نتائج رمي قطعة نقد وحجر نرد

Coin ⇝ 2 outcome
die ⇝ 6 outcome

answer ⇝ $2 \times 6 = 12$

▫ Combination التوافيق

↳ This rule allows to count the number of experimental outcome when the experiment involve selecting n objects from a set of N objects

↳ توضح القاعدة بحسابه عدد النتائج التجريبية عندما تتضمن التجربة اختيار كائن n من مجموعة كائنات N

Example ⇝ select 2 letters from 3 letters A, B, C

Choos two ملاحظة ↳ الترتيب مش مهم

↳ or ⇝ in how many ways we can choos two numbers?
↳ ⇝ in how many combination of two letters can be selected?

Answer ⇝ AB, AC, BC three ways

↳ يعني AB نفس BA
↳ لذلك الترتيب مش مهم

Combination Rule

↳ The number of Combination of N objects taken n at a time

is $C_n^N = \binom{N}{n} = \frac{N!}{n!(N-n)!}$

$N! = N(N-1)(N-2) \ldots 3\times2\times1$

$n! = n(n-1)(n-2) \ldots 3\times2\times1$

$0! = 1 \longleftrightarrow$ مهم

$N > n$ شرط

$n =$ عدد العينة المختارة

$N =$ الكل

$! =$ Factorial " مضروب "

Ex ⟶ $3! = 3\times2\times1$ هكذا

$4! = 4\times3\times2\times1$

▫ كيف نستخدم الآلة الحاسبة لتطبق التوافيق

يوجد مفتاح على الآلة $\boxed{nCr}$

$n = N$

$r = n$

مثال C_2^{10} ← كيف نطبق على الآلة الحاسبة؟

إذا هكذا نكون حسب الآلة الحاسبة $10C_2$

▫ نضغط 10 ثم $\boxed{nCr}$ ثم $2 = 45$

3. Permutation التقليب

Counting Rule for permutation

→ It allows us to compute the number of experimental outcomes when n objects are to be selected from a set of N objects when the order of selection is important

← يسمح بحساب عدد النتائج لتجربة اختيار n من N، هنا ترتيب الاختيار مهم

يعني AB لا تشبه BA

مثال ← كم طريقة يمكن بها اختيار حرفين من ثلاثة حروف A, B, C

$$\begin{bmatrix} AB \\ AC \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} BA \\ BC \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} CA \\ CB \end{bmatrix}$$

← 6 طرق

الترتيب مهم

القانون

$$P_n^N = n!\,C_n^N = \frac{N!}{(N-n)!}$$

حسب المثال

$$P_2^3 = \frac{3!}{1!} = \frac{3\times2\times1}{1} = 6$$

⇒ Permutation > Combination

Scanned by TapScanner

⇐ كيف نطبق قانون الـ Permutation على الآلة الحاسبة

مفتاح الـ Combination $\boxed{nCr}$

يكون فوقه nPr بهذا الشكل

$$\frac{nPr}{\boxed{nCr}}$$

نقوم بالضغط على shift ثم $\boxed{nCr}$ ⇐ P

مثلاً ← $3P2 = 6$

Example ⇝ From the letters A, B, C, D, E, F, G "7 letters"
How many different words of 4 letters we can form

لو بدنا نعرف كم كلمة بنقدر نشكل من 4 احرف باستخدام الـ 7 احرف

$$= \hookrightarrow P^7_4 = \frac{7!}{4!} = \frac{7\times6\times5\times4\times3\times2\times1}{4\times3\times2\times1} = \underline{\underline{840 \text{ words}}}$$

الرقم الأصغر ⇝ shift + $\frac{nPr}{\boxed{nCr}}$ ⇝ الرقم الأكبر

without replacement "المهم بدون تكرار" → $\underset{\text{احرف}}{7}\ \underset{\text{احرف}}{6}\ \underset{\text{احرف}}{5}\ \underset{\text{احرف}}{4}$

يعني الحرف الواحد لا يتكرر في نفس الكلمة $= \underline{\underline{840}}$

مثال A B C D

لا يجوز كتابة ~~ABAC~~

في حال كان مسموح التكرار ← with replacement

لأنه $\underset{\text{احرف}}{7}\ \underset{\text{احرف}}{7}\ \underset{\text{احرف}}{7}\ \underset{\text{احرف}}{7}$ $(7\times7)(7\times7) = \underline{\underline{2401}}$

10 number

Example → 3 digites number different from (0 – 9) without replacement

□ لا يجوز وضع الصفر لانه بيصير منزلتين

↳ 9 9 8 = $9 \times 9 \times 8 = 648$

□ with replacement

9 10 10 = $9 \times 10 \times 10 = 900$

□ هناك 3 طرق لاعطاء الاحتمال

الطريقة ① Classical Method

↳ This method is appropriate when all the experimental outcomes are equally likely

↳ هذه الطريقة مناسبة عندما تكون جميع النتائج التجريبية متساوية في الاحتمال

Example → Coin $S = \{H, T\}$

$P(H)$ Head نفس احتمالية الـ $= \frac{1}{2}$ ← عدد طرق

$P(T)$ Tail نفس احتمالية الـ $= \frac{1}{2}$

if n outcomes are possible, probability of $\frac{1}{n}$ is assigned to each exp. out come

Example → die $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$P(1) = \frac{1}{6}$ $P(2) = \frac{1}{6}$ $P(3) = \frac{1}{6}$

$P(4) = \frac{1}{6}$ $P(5)\ \frac{1}{6}$ $P(6)\ \frac{1}{6}$

Scanned by TapScanner

الطريقة [2] Relative Frequency Method

↳ its used if the experiment is repeated a large number of time

لـ يتم استخدامه اذا تم تكرار التجربة لعدد كبير من الوقت

Example ⤳ Number of patients waiting for service at 9 am on 20 successive days

لـ عدد المنتظرين في ال متتالية 20 يوم الساعة 9 صباحاً

Number of waiting	# of days outcome occure
0	2
1	5
2	6
3	4
4	3

عدد المرضى ← (Number of waiting)   (# of days) → عدد الأيام

20 day

□ what is the probability that 0 paitients are waiting

لـ احتمالية انه يكون صفر منتظرين

$$\hookrightarrow \frac{2}{20} = \underline{\underline{0.1}}$$

لا يوجد احتمال بالسالب

لا يوجد احتمال اكبر من 1

□ what is the probability that 4 pailients are waiting ?

$$\hookrightarrow \frac{3}{20} = 0.15$$

مجموع الاحتمالات = $\underline{1}$ لو عملنا للجدول كامل

[3] الطريقة The subjective Method

→ we use this Method when we can not assume that the experimental outcome are equally likely and when little relevant data are available

← يعني اعطاء احتمال بناءً على الاعتقاد الشخصي
يعني الاحتمالات تختلف من شخص لشخص حسب الاعتقادات على الشخص

Degree of belief [on a scale from 0 to 1]
درجة الاعتقاد
= probability

مثال: ← انا باعتقادي ان السيارة "X" احتمال انها تنباع بـ $60,000
= 0.8

← باجي شخص آخر ويقول احتمال بيع السيارة "X" بـ $60,000
= 0.5

هذه معتقدات شخصية

4.2 Events and their probabilities ⇝ الأحداث, احتمالاتها

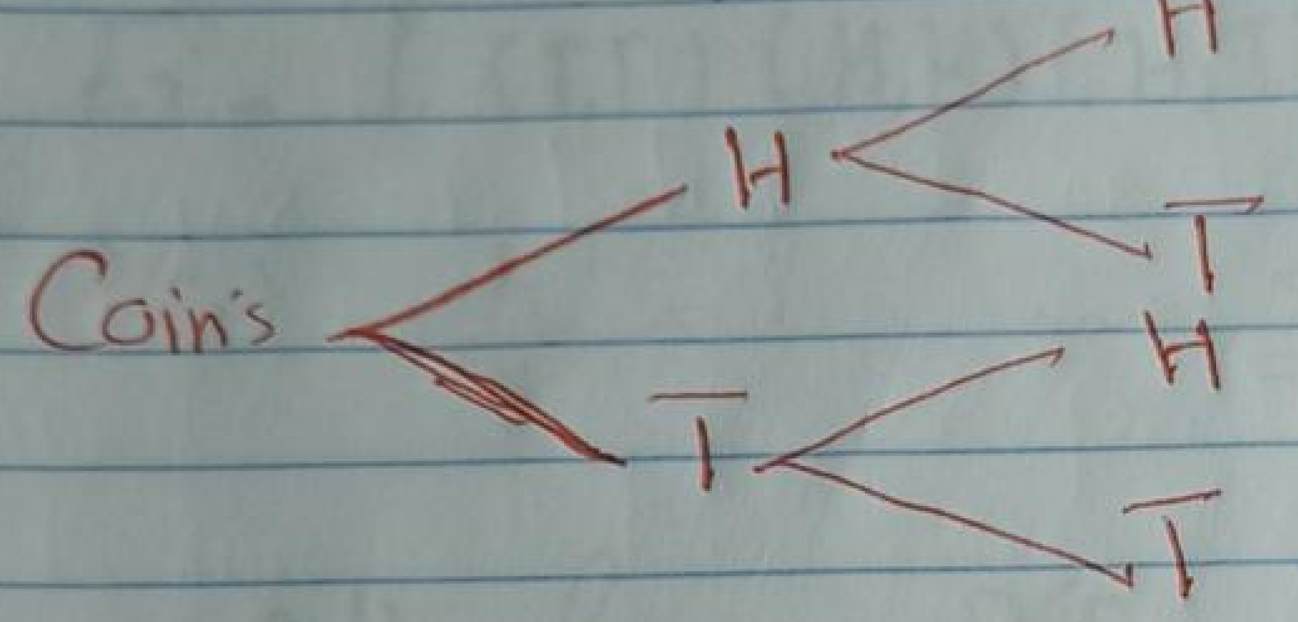
Event ⇝ الأحداث

↳ An event is a collection of sample points

ل مجموعة جزئية من الفضاء العينة

/ مجموعة جزء من الفضاء العينة

Example ⇝ in the experiment of Rolling two Coins



(H, H)

(H, T)

(T, H)

(T, T)

$2 \times 2 = 4$ ⇝ sample space $\{ (H,H)\ (H,T)\ (T,H)\ (T,T) \}$

in Event 1 "E_1" ⇝ with No Head ⟷ الحادث الأول

$$E_1 = \{ (T,T) \}$$

Probability of Event 1

$$P(E_1) = \frac{1}{4} = 0.25$$

Define E_2 ⇝ of having at least 1 Head

$$E_2 = \{ (H,H)\ (H,T)\ (T,H) \}$$

$$P(E_2) = \frac{3}{4} = 0.75$$

Scanned by TapScanner

Probability of Event

↳ The probability of an Event is equal to the sum of probability of the sample point in the event

لـ هي مجموع احتمالات نقاط العينة في الحدث

at least 0 Head ← على نفس المثال

$E_3 = \{ (T,T)\ (H,H)\ (H,T)\ (T,H) \}$

$P(E_3) = \frac{4}{4} = 1$ ⇝ Sure event الحادث اكيد حدوث

$E_4 \rightarrow$ 3 Head ⇝ $P(E_4) = 0$ impossible event

Example ⇝ Consider the experiment of Rolling a pair of dice suppose that we are interested in the sum of the face values showing on the dice.

sample $\left\{ \begin{array}{llllll} (1,1), & (1,2), & (1,3), & (1,4), & (1,5), & (1,6) \\ (2,1), & (2,2), & (2,3), & (2,4), & (2,5), & (2,6) \\ (3,1), & (3,2), & (3,3), & (3,4), & (3,5), & (3,6) \\ (4,1), & (4,2), & (4,3), & (4,4), & (4,5), & (4,6) \\ (5,1), & (5,2), & (5,3), & (5,4), & (5,5), & (5,6) \\ (6,1), & (6,2), & (6,3), & (6,4), & (6,5), & (6,6) \end{array} \right\}$

- How many sample points are possible ? 36

$6 \times 6 = 36$

حجر النرد الاول ← 6 نتائج

حجر النرد الثاني ← 6 نتائج

□ what is the probability of obtaining a value of 7 ?

$E_1 = \{(2,5), (5,2), (3,4), (4,3), (6,1), (1,6)\}$

$P(E_1) = \frac{6}{36} = 0.16$

□ what is the probability of obtaining a value of 9 or greater ?

$E_2 = \{ \underbrace{(4,5), (5,4), (6,3) (3,6)}_{9}, \underbrace{(5,5), (6,4), (4,6)}_{10}$

$\underbrace{(6,5), (5,6)}_{11}, \underbrace{(6,6)}_{12} \}$

$P(E_2) = \frac{10}{36} = 0.27$

للتذكير ←

Event = $\emptyset$ impossible event $P(E) = 0$

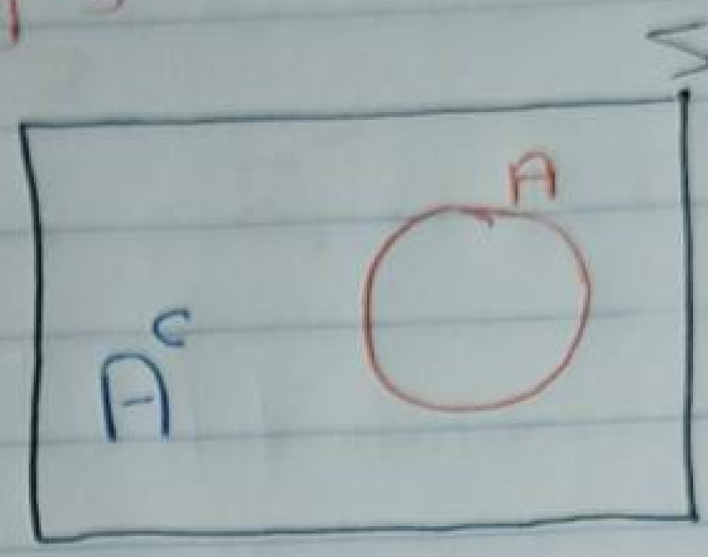
Event = $\{ - \}$ $P(E) =$ كسر

Event = S sure event $P(E) = 1$

4.3 Some Basic Relationships of probability

قوانين في الاحتمالات

$\rightsquigarrow A \subseteq S \rightsquigarrow$ A جزء من S



S = universal set

A = event

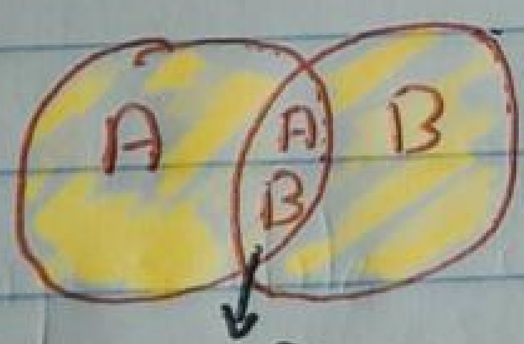
A^c = A complement

↳ is defined to be the event of Consisting of all sample points that are not in A

لـ قيمة A ← تتضمن جميع العناصر من الاحداث غير الموجودة في A

ويرمز لها ب $\rightsquigarrow A^c$ or $\bar{A}$

- $A \cup \bar{A} = S$ $\rightsquigarrow$ A union $\bar{A}$ = S (universal set)



$A \cap B$

sample = $\underline{\underline{A \cup B}}$

- $P(A) + P(\bar{A}) = P(S) = 1$ $\underline{\underline{\text{sure event}}}$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

مهم جداً

Example ⇝ Toss a Coin experiment, what is the probability of getting a Head

$$E_1 = \{H\} \longrightarrow P(E_1) = \frac{1}{2}$$

$$P(\bar{E_1}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \rightsquigarrow \bar{E_1} = \{T\}$$

$$E_1 + \bar{E_1} = S = \{H, T\}$$

Example ⇝ Rolling a Die experiment

if $E_1 = \{1\}$ =   sample $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$$P(E_1) = \frac{1}{6}$$

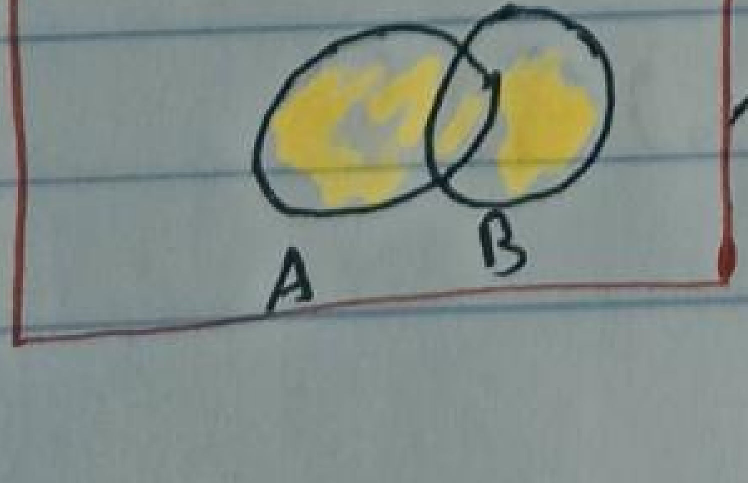
يعني احتمال انه ما يطلع 1

$$P(\bar{E_1}) = 1 - P(E_1) = \frac{5}{6}$$

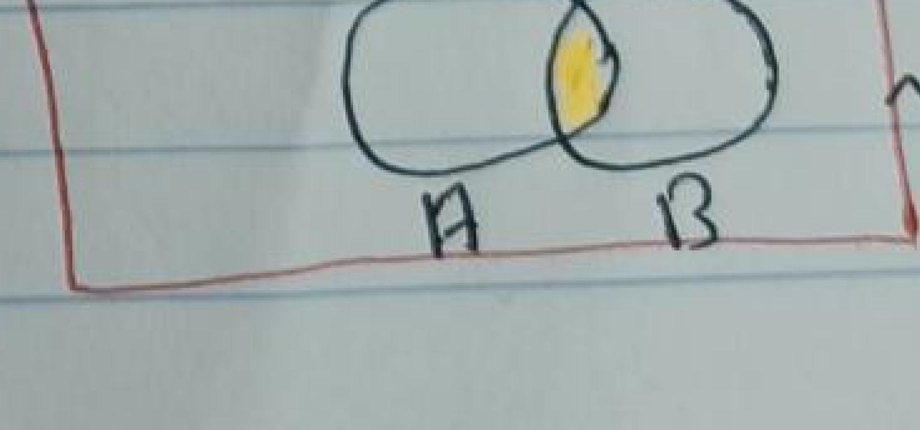
□ Addition law ⇝ قانون الجمع

↳ This law is useful when we are intrested in knowing the probability that at least one of two event occurs

Remmber that the union ↲ of two event (A and B) is the event Containing of all sample points belonging to A or B or both and denoted by $A \cup B$ union ⇝ اتحاد



⇝ $A \cup B$



⇝ $A \cap B$

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ ⟷ مهم جداً

لأن منطقة التقاطع بيتم تظليلها مرتين
لذلك بنشيل مرة واحدة

Example ⇝ if we have a sample space = $\{a, b, c, d, e\}$

$A = \{a, b\}$

$B = \{c, d\}$ $\qquad$ $C = \{b, c, d\}$

$P(A) = \frac{2}{5}$ $\qquad$ $P(B) = \frac{2}{5}$ $\qquad$ $P(C) = \frac{3}{5}$

- $P(A \cup B) = \frac{2}{5} + \frac{2}{5} - \frac{0}{5} = \frac{4}{5}$

$\underline{P(A) + P(B) - P(A \cap B)}$

- $P(A \cup C) = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{1}{5} = \underline{\frac{4}{5}}$

- $P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{2}{5} = \underline{\frac{3}{5}}$

- $A \cup B'$ ⇝ $A = \{a, b\}$ $\qquad$ $B = \{c, d\}$

$B' = \{a, b, e\}$

$A \cup B' = \{a, b, e\}$

$P(A \cup B') = \underline{\frac{3}{5}}$

Example → we have two Courses this semester
Math 2351, stat 2361

probability of passing Math 2351 is 0.4

probability of passing stat 2361 is 0.8

probability of passing both is 0.7

- what is probability of not passing Math?

$$P(\text{not Math}) = 1 - P(\text{passing Math})$$
$$= 1 - 0.4$$
$$= 0.6$$

- what is the probability of passing at least one Course?

$$P(\text{Math} \cup \text{stat}) = P(\text{Math}) + P(\text{stat}) - P(\text{Math} \cap \text{stat})$$

$$= 0.4 + 0.8 - 0.7 = \underline{\underline{0.5}}$$

Note → $A^- \cup B^- = (A \cap B)^-$ مهم

$$A^- \cap B^- = (A \cup B)^-$$

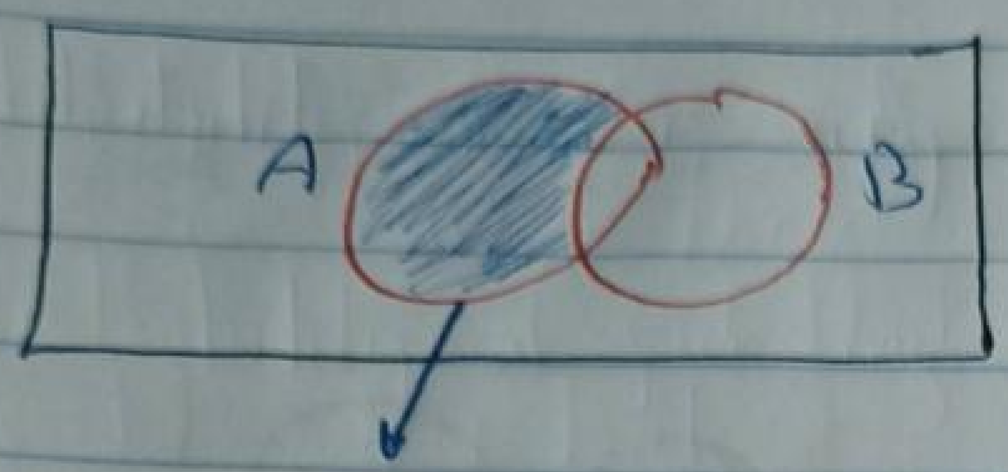
$$P(A^- \cup B^-) = P(A \cap B)^- = 1 - P(A \cap B)$$

$$P(A^- \cap B^-) = P(A \cup B)^- = 1 - P(A \cup B)$$

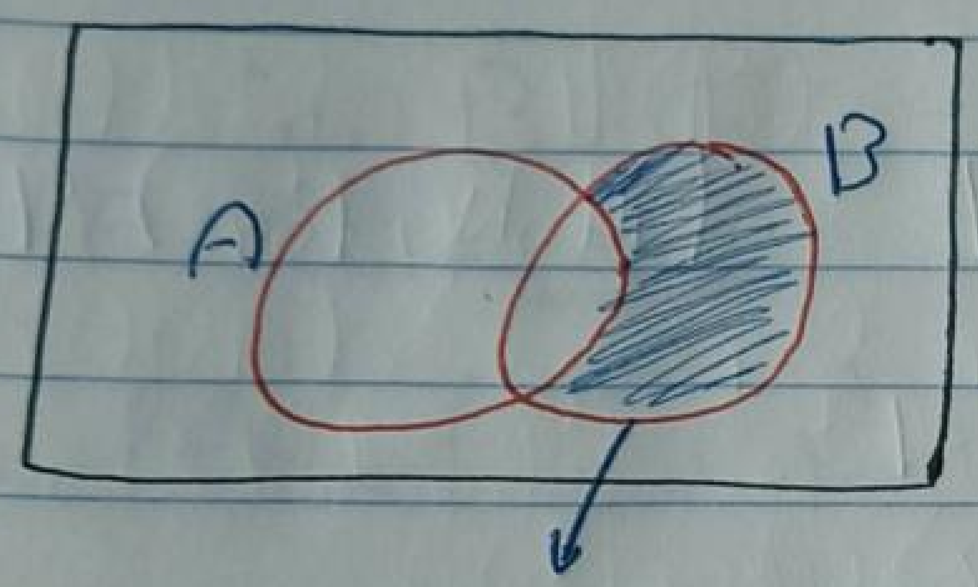
آخر

- $A - B = \underline{\underline{A \cap \bar{B}}}$

$P(A-B) = P(A \cap \bar{B}) = P(A) - P(A \cap B)$



$A - B = A \cap \bar{B}$



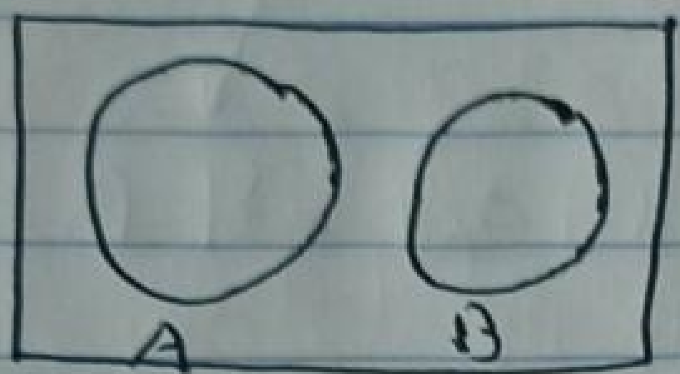
$B - A = B \cap \bar{A}$

$P(B \cap \bar{A}) = P(B-A) = P(B) - P(B \cap A)$

Mutually exclusive events ⇝ الحوادث المنفصلة

↳ Two event are said to be mutually exclusive if the events have no point in Common " disjoint "

يعني الحوادث إلي ما بيصير تقاطع
أو حوادث ما بتلتقي مع بعض



⇝ The two event Cannot occure together.

A and B → mutually exclusive

$A \cap B = \emptyset$

$P(A \cap B) = \underline{\underline{\text{zero}}}$

⇝ Additional law for mutually exclusive

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - 0$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Example ⇝ $P(A) = 0.4$ $P(B) = 0.7$ $P(A \cup B) = 0.8$

▫ Are two event are mutually exclusive?

↳ we need to find $P(A \cap B)$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$0.8 = 0.4 + 0.7 - P(A \cap B)$

$0.8 = 1.1 - P(A \cap B)$

$-1.1 \quad -1.1$

↳ $P(A \cap B) = 0.3$ ⇝ so they are not mutually exclusive

- Find probability of A or B => <u>union</u>

  ↳ $P(A \cup B) = 0.8$

- Find $P(A^- \cap B^-)$

$A^- \cap B^- = (A \cup B)^-$

$P(A \cup B)^- = 1 - P(A \cup B)$

$= 1 - 0.8$

$= 0.2$

مهم

- $P(B \cup A^-) = P(B) + P(A^-) - P(B \cap A^-)$

$P(B) = 0.7$

$P(A) = 0.4$ ⇝ $P(A^-) = 1 - 0.4 = 0.6$

$B \cap A^-$

↳ $B - A$

$P(B) - P(B \cap A)$

→ $P(B \cap A^-) = P(B) - P(B \cap A)$

$= 0.7 - 0.3 = 0.4$

So ⇝ $P(B \cup A^-) = P(B) + P(A^-) - P(B \cap A^-)$

$= 0.7 + 0.6 - 0.4$

$= 0.9$

4.4 ⇝ Conditional probability الاحتمال المشروط

↳ Probability of an event give that another event has occured is called Conditional probability

↲ وهو احتمال وقوع حدث ما نظراً لوقوع حدث آخر
↲ ويسمى بالاحتمال المشروط

$P(A/B)$ ⇝ mean that find the probability that event A occure given that event B occure

← احتمالية وقوع يحدث A على اعتبار أن B حدث

↲ احتمال A بشرط $\frac{B}{\text{Condition}}$

$P(B/A)$ ⇝ mean that find the probability that event B will occure given that event A occure

احتمالية أن يحدث B يقع على اعتبار أن A وقع

↲ احتمال B بشرط $\frac{A}{\text{Condition}}$

we have the following Rule →

↳ $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$

$P(x/y)$
Condition
if, given

مثال ← اختيار الرجل ـ إحصائي لمتغيرات التدخين

		Male	Female	
S	smoking	70	20	90
N	non-smoking	50	60	110
		120	80	200

↳ if we choose a person randomly اذا اخترنا شخص بشكل عشوائي

A) ⇝ what is the probability that he/she is a smoker?

$$\frac{90}{200} = 0.45 \qquad P(S)$$

b) ⇝ what is the probability that the selected person is male?

$$\frac{120}{200} = 0.6 \qquad P(M)$$

C) what is the probability that he/she is non-smoker?

$$\frac{110}{200} = 0.55$$

D) $P(F) = \frac{80}{200} = 0.4$

↳ so this probabilities are called marginal probability

↳ احتمالات هامشية

e) what is the probability that a person is male and smoker ?

$\cap$

$P(M \cap S) = \frac{70}{200} = 0.35$

f) " " " " is female and not smoking ?

$\cap$

$P(F \cap N) = \frac{60}{200} = 0.3$

g) " " " " " is male and not smoker ?

$\cap$

$P(M \cap N) = \frac{50}{200} = 0.25$

↳ these probabilities are called Joint probabilities

---

h) what is the probability that selected person is male or smoking ?

$\cup$

$$P(M \cup S) = P(M) + P(S) - P(M \cap S)$$
$$= \frac{120}{200} + \frac{90}{200} - \frac{70}{200} = \frac{140}{200} = 0.7$$

I) " " " " " " is Male or nonsmoking

$$P(M \cup N) = P(M) + P(N) - P(M \cap N)$$
$$= \frac{120}{200} + \frac{110}{200} - \frac{50}{200} = \frac{180}{200} = 0.9$$

↳ these are called union of event

مهم جداً

n(k) what is the probability that person is Female given that she is a smoker

$$P(F/S) = \frac{P(F \cap S)}{P(S)} = \frac{\frac{20}{200}}{\frac{90}{200}} = \frac{2}{9}$$

لـ يعني ما نسبة ان تكون Female مع الأخذ بعين الاعتبار انها مدخنة

L) if the selected person is a smoker, what is the probability that she is Female ?

لـ هنا نفس (k) بس بصيغة ثانية

$P(F/S)$

اي بعد if غالبًا تكون الـ given

M) if the selected person is Female, what is the probability that she is smoker

$$P(S/F) = \frac{P(S \cap F)}{P(F)} = \frac{\frac{20}{200}}{\frac{80}{200}} = \frac{2}{8} = 0.25$$

These are Conditional probabilities

Example مراجعة لكل اللي فات

$P(A) = 0.7 \qquad P(B) = 0.3$

$P(A \cap B) = 0.2$

[1] $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$= 0.7 + 0.3 - 0.2$

$= \underline{0.8}$

---

[2] $P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$

$= \dfrac{0.2}{0.3} = \dfrac{2}{3} \approx 0.667$

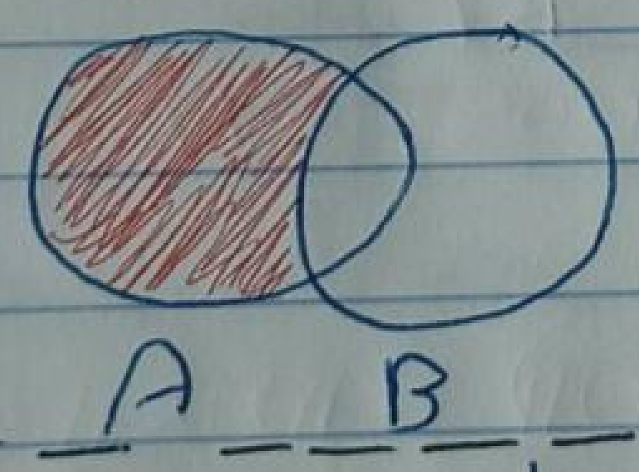
$P(B/A) = \dfrac{0.2}{0.7} = \dfrac{2}{7}$

---

[3] $P(A') = 1 - P(A) = 1 - 0.7 = 0.3$

$P(A - B) = P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$

$= 0.7 - 0.2 \qquad = \underline{\underline{0.5}}$



---

[4] Are the events A and B are mutually exclusive?

$\hookrightarrow$ No $\rightarrow$ Bec. $P(A \cap B) = 0.2 \neq 0$

Scanned by TapScanner

- Additional law → $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- Multiplication law → قانون الضرب

$$P(A \cap B) = P(A/B) \times P(B)$$

also

$$P(A \cap B) = P(B/A) \times P(A)$$

كيف تم الحصول على القانون

$$P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$P(A \cap B) = P(A/B) \times P(B)$$

هكذا

- Independent event حوادث مستقلة

↳ the two event A and B are said to be independent if they do not affect each other

لا يعني يكون مستقلة اذا لم يؤثر على بعض

:: حادثة لا يؤثر على الأخرى

if the events are independent

$$P(A/B) = P(A) \qquad P(B/A) = P(B)$$

so → $P(A \cap B) = P(A/B) \times P(B)$

$= P(A) \times P(B)$

→ $P(A \cap B) = \underline{P(A) \times P(B)}$

مهم

Example → $P(A) = 0.7 \qquad P(B) = 0.3$

$P(A \cap B) = 0.2$ — are the events A and B are independent ?

طريقة

$\boxed{1}$ ↳ $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$

$0.2 = 0.7 \times 0.3$

$0.2 \neq 0.21$ → so they are not independent

طريقة

$\boxed{2}$ $P(A/B) \overset{?}{=} P(A)$

$\frac{0.2}{0.3} = 0.3$

$0.667 \neq 0.3$ → so they are not independent

طريقة

$\boxed{3}$ $P(B/A) = P(B)$?

$\frac{0.2}{0.7} = 0.3$?

$\frac{2}{7} \neq 0.3$ → so they are not independent

Raw percentage نسبة مئوية من الصف

حسب المثال "المدخنين (الذكور والاناث)"

لـ بقسم على مجموع الصف

	M	F	
smoking	$\frac{70}{90}$	$\frac{20}{90}$	$\frac{90}{90}$
N/S	$\frac{50}{110}$	$\frac{60}{110}$	$\frac{110}{110}$
	$\frac{120}{200}$	$\frac{80}{200}$	$\frac{200}{200}$

R/P for smoking F $= \frac{20}{90}$

Column percentage نسبة مئوية من العمود

لـ تضل الكل مقسم على مجموع العمود

	M	F
S	$\frac{70}{120}$	$\frac{20}{80}$
	$\frac{50}{120}$	$\frac{60}{80}$
N	$\frac{120}{120}$	$\frac{80}{80}$

مثلا نسبة المدخنين من الذكور $\frac{70}{120}$

من الاناث $\frac{20}{80}$

Scanned by TapScanner