# STAT2361
# تلخيص تشابتر 9

أمير النبالي & مجد الشريف

Lib www.bzu-lib.com

Chapter "9"
Stat 2361

آمير الباكي
محمد الشريف

## Hypothesis Testing

الفكرة من هذا الشابتر أنه يكون هناك إدعاء
على شيء معين قد يكون صحيح وقد يكون خطأ
بالتالي هناك قوانين وعمليات حسابية لإثبات
صحة ذلك أو العكس

مثال: تعرف شركة جوال أن أرباحها في 5 مليون
وبالتالي تقوم بعمل الباحثين أو التسويق أو...
على حسابات معينة لإثبات صحة أو عدم صحة ذلك

Hypothesis: Claim about a value of unknown Parameter.

هي إدعاء عن قيم معينة

* The Null hypothesis ($H_0$):

Claim about value of unknown paramiter, this Claim is assume to be true unless it is declares false

هو إدعاء صحيح مالم يعلن عن عدم صحته

" هو صحيح لحد ما حدى يثبت عكس ذلك "

* The alltemative hypothesis ($H_a$) يرمز لها أحيانا $H_1$

$H_a$: Researchar hypothesis أي نفس هذا الـ

كل فرضية تكون لها ادعاء وهو $H_0$ وتكون العكس لها تماماً هو $H_a$ ويتوقع حسابات من قبل باحثين لرفض واحده منهم ($H_a$ قبول $\Leftarrow$ $H_0$ رفض) ($H_0$ لا $\Leftarrow$ $H_a$ لا)

Test بقوم على $H_a$ و $H_o$ بعد وضع الـ

Testing

⇓

Conclusion

Reject $H_o$

Do Not Reject $H_o$ (Accept)

مثال يوضح

$H_o$: الطقس بارد

$H_a$: الطقس غير بارد

اذا تم رفض $H_o$ هذا يعني انه $H_a$ صحيحة والطقس غير بارد وعكس اذا تم قبول $H_o$ هذا يعني انه $H_a$ خاطئة والطقس بارد.

# 5 Steps for Hypotisis testing

1. State the Null and Alternative Hypotisis
2. Select a Level of significance
3. Identify a test Statistic
4. formulate a Rejection Rule
   "Critical Value(s) approach"
5. Conclusion ( Reject or Accept)

هذه الـ 5 خطوات لحل المسألة

شرح ال 5 خطوات (الطريقة التقليدية)

(1): في كتابة $H_0$ و $H_a$

(2) عند التقرير بفرضية قد يكون هناك خطأ، وبالتالي هذا الجدول يوضح

| | Research | |
|---|---|---|
| | Accept $H_0$ | Reject $H_0$ |
| $H_0$ is true | Correct Conclusion | Type I error |
| $H_0$ is error (false) | Type II error | Correct Conclusion |

(5)

* TYPE I error : Reject $H_0$ when it is true

* TYPE II error : Accept $H_0$ when it is false

* The Probability of TYPE 1 error is called the Level of significances and it is denoted by $\alpha$ (Wi) and $\alpha$ given $P(\text{TYPE I error}) = \alpha$

* Common Value for $\alpha$ =

| Confidence Level | $\alpha$ |
|---|---|
| %90 | %10 |
| %95 | %5 |
| %99 | %1 |

# $P(\text{Type II error}) = \beta$

$1 - \beta$ = the Power of the test

(3) Identify a test ---

Case: 1 ($\mu$: $\sigma$ known case)

$$Z = \left(\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma}\right)\sqrt{n}$$

$\bar{x}$: Sample Mean

n: Sample size

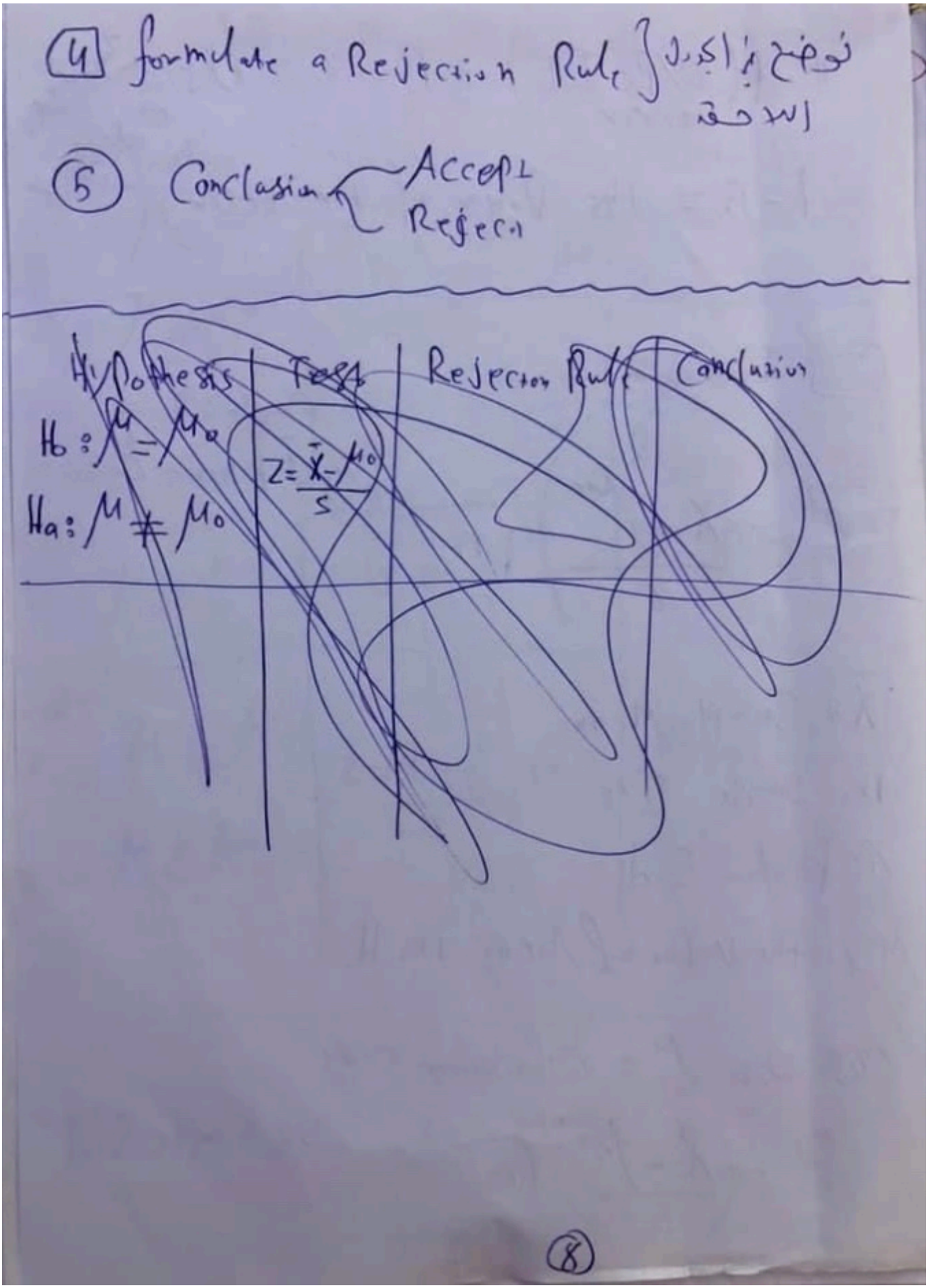
$\sigma$: Population S.d

$\mu^\circ$: the value of Mean in $H_0$

Case 2: $\mu$: $\sigma$ un known case

s: Sample S.d

$$Z = \left(\frac{\bar{x} - \mu^\circ}{s}\right)\sqrt{n}$$

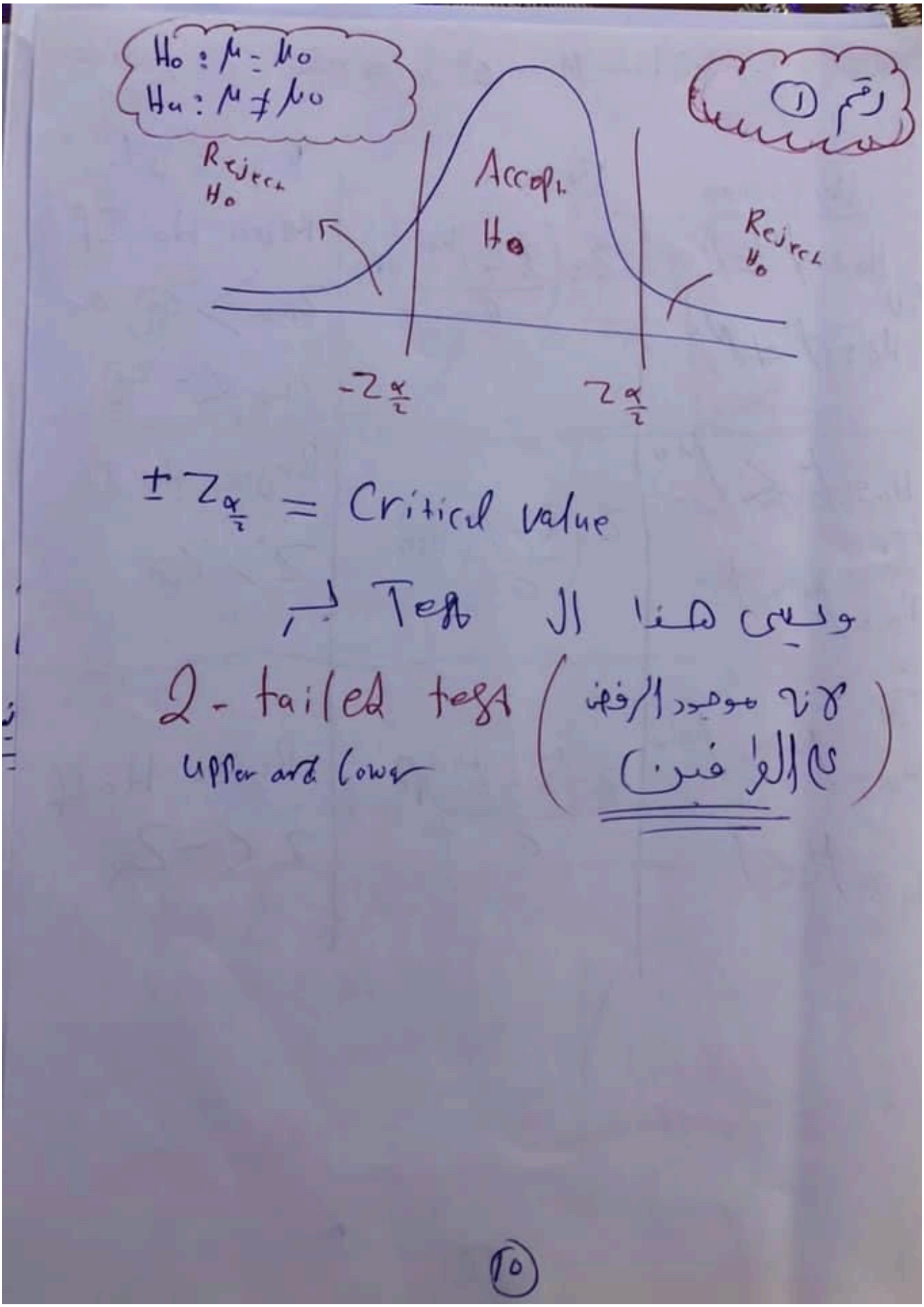

4 formulate a Rejection Rule
5 Conclusion
Accept
Reject
Hypothesis
Test
Rejection Rule
Conclusion
$H_0: \mu = \mu_0$
$H_a: \mu \neq \mu_0$
$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s}$
8

Lib www.bzu-lib.com

Population Mean $\sigma$ known Case

| Hypothesis | Test | Rejection Rule |
|---|---|---|
| ① $H_0: \mu = \mu_0$ <br> $H_a: \mu \neq \mu_0$ | $Z = \left(\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma}\right)\sqrt{n}$ | Reject $H_0$ If <br> $Z_{test} > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ or <br> $Z_{test} < -Z_{\frac{\alpha}{2}}$ |
| ② $H_0: \mu \leq \mu_0$ <br> $H_a: \mu > \mu_0$ | $Z = \left(\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma}\right)\sqrt{n}$ | Reject $H_0$ If <br> $Z > Z_{\alpha}$ |
| ③ $H_0: \mu \geq \mu_0$ <br> $H_a: \mu < \mu_0$ | $Z = \left(\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma}\right)\sqrt{n}$ | Reject $H_0$ If <br> $Z < -Z_{\alpha}$ |

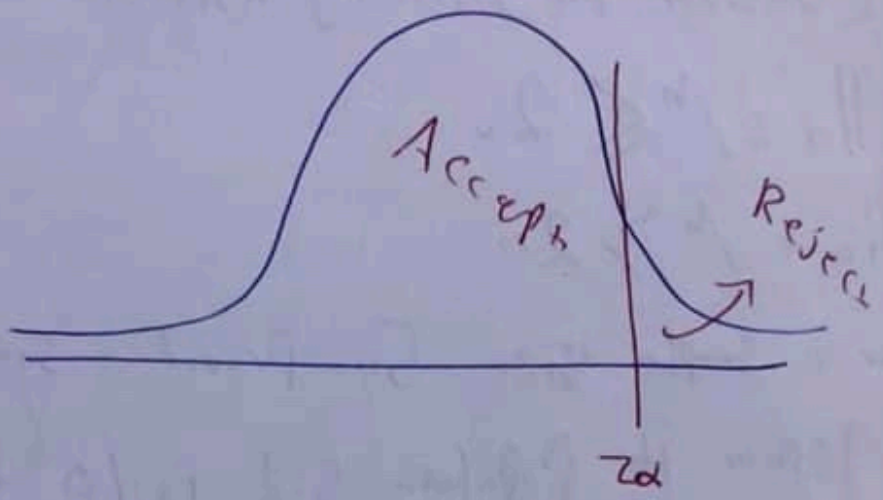
[9]


$H_0 : \mu = \mu_0$
$H_a : \mu \neq \mu_0$
رقم (1)
Reject $H_0$
Accept $H_0$
Reject $H_0$
$-Z_{\frac{\alpha}{2}}$
$Z_{\frac{\alpha}{2}}$
$\pm Z_{\frac{\alpha}{2}}$ = Critical value
وبيي هنا ال Test
2 - tailed tests ( وإذا موجود الرفض على الطرفين )
Upper and Lower
(10)

$H_0: \mu \leq \mu_0$

$H_a: \mu > \mu_0$

2 مثل




$z_\alpha$ : Critical value

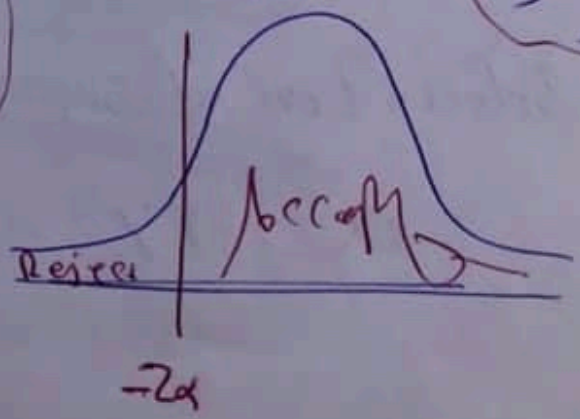
وهذا اسمه

one-tail test (upper)

$H_0: \mu \geq \mu_0$

$H_a: \mu < \mu_0$

3 مثل




one-tailed (lower)

Ex: مثال لتوضيح الخطوات اكل :-

Consider the following hypothesis

$H_0 : \mu \leq 20$

$H_a : \mu > 20$

for a sample size 50, Provid a Sample Mean of 22

Assume the Population S.d is 10 Use $\alpha = 1\%$

خطوات الحل :

1 Write Null and alternative Hypothesis (صيغ فرضية العدم والبديلة هنا)

$H_0 : \mu \leq 20$

$H_a : \mu > 20$

2 Select a level of significance ( مستوى المعنوية $\alpha$ وتكون في الغالب 1% )

$\alpha = 1\%$

(12)

(3) ~~formula test~~ Test Statistic

$$Z = \left(\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma}\right)\sqrt{n}$$

$$= \frac{22-20}{10}\sqrt{50} = 1.41$$

$$Z_{test} = 1.41$$

(4) formula Rejection rule

بالرجوع الى الجدول لـ $\alpha$ نجد القيمة هنا 0.05 الحالة الثانية

و الـ Rejection ؟

Reject $H_0$ If ~~$Z_{test}$~~ $Z > Z_\alpha$

~~$Z_{test} = -Z_\alpha$~~

الحالة الثانية

$Z_\alpha = \square$

$Z_{0.01} = 2.33$

$Z_{0.01} = 2.33 \quad , \quad Z_{test} = 1.41$

$Z_\alpha > Z_{test}$

$2.33 > 1.41$

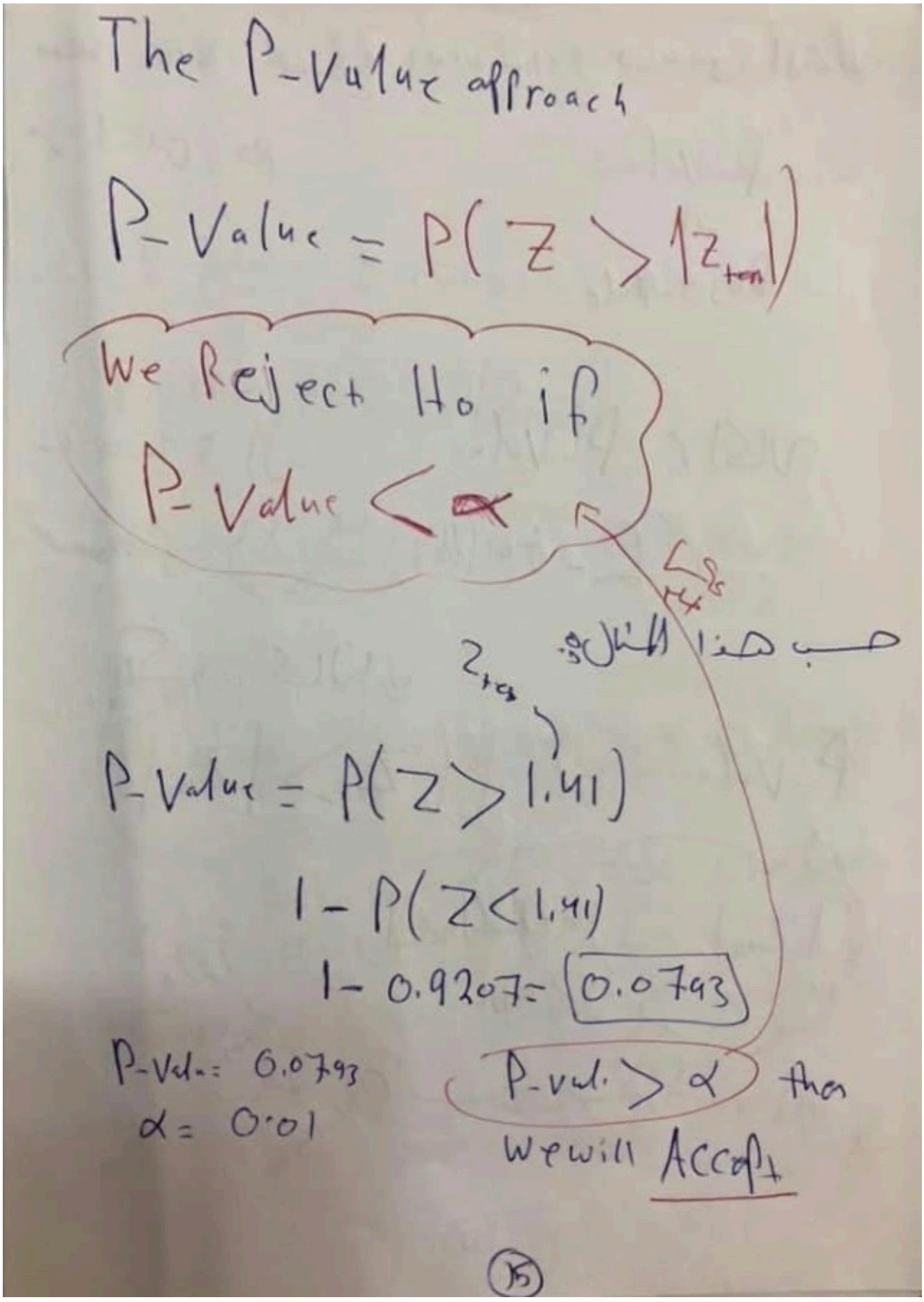
(5) Conclusion

Reject $H_0$ If $Z > Z_\alpha$ So

We will Accept $H_0$ Because $Z_\alpha > Z_{test}$

# Accept $H_0$ $\longrightarrow$ Reject $H_a$

than $\mu \leq 20$ is Correct


The P-Value approach
P-Value = P(Z > |Z_test|)
we Reject Ho if
P-Value < α
حسب هذا الشكل
Z_test
P-Value = P(Z > 1.41)
1 - P(Z < 1.41)
1 - 0.9207 = 0.0793
P-Val. = 0.0793
α = 0.01
P-val. > α then
we will Accept
15

ملاحظة: يجب انه تكون نفس النتيجة

في الكفن دم

P-Value

او

Reject Rule

ملاحظة: ال P-Value في الحالة الاولى (2-tailed)

تكون كالتالي

$$P\text{-Value} = 2\,P(Z > |Z_{test}|)$$

$|Z_{test}|$ القيمة المطلقة لـ $Z_{test}$

وإذا $Z_{test}$ موجبة (+)

لو كانت $\alpha$ & $\beta$ : 5%

بدون إعادة الحل

P-value = 0.0793

P-value = $P(Z > |Z_{test}|)$

$Z_{test} = \left(\frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma}\right)\sqrt{n}$ : نفس $\alpha$ لا يغير بالقسمين

P-val = 0.0793

$\alpha = 0.05$

P-val. $> \alpha \Rightarrow$ Accept $H_0$

لو كانت $\alpha = 10\%$

P-val. = 0.0793

$\alpha = 0.1$

P-val. $< \alpha$

then Reject $H_0$

(17)

## Hy Pothesis testing for the Population means

## Unknown Case

نفس خطوات الحل ، نفس الآلية لكن هنا بختلف

الـ Test بدل Z بدل t

$$t = \left(\frac{\bar{X} - \mu_0}{s}\right)\sqrt{n}$$

وبالتالي الـ Rejection Rule بدل Z بدل t

| | known cas<br>Reject Ho if | un known<br>Reject Ho if |
|---|---|---|
| اختبار ذو طرفين | $Z_{test} > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ or $Z_{test} < -Z_{\frac{\alpha}{2}}$ | $t > t_{\frac{\alpha}{2}}$ or $t < -t_{\frac{\alpha}{2}}$ |
| اختبار الذيل | $Z > Z_\alpha$ | $t > t_\alpha$ |
| اختبار الذيل | $Z < -Z_\alpha$ | $t < -t_\alpha$ |

(18)

Ex: Consider the following hypothesis

$H_0: \mu \leq 50$

$H_a: \mu > 50$

A sample of 60, Provided sample mean of 52.5 and (Sample S.d) of 8, use $\alpha = 5\%$

خطوات الحل:

من نوع المسألة نعرف انه هذا في Unknow Case وهذا الحالة الثانية من جدول t وليس Z

(1) $H_0: \mu \leq 50$

$H_a: \mu > 50$

(2) $\alpha = 5\%$

(3) Test

$$t = \left(\frac{\bar{x} - \mu_0}{s}\right)\sqrt{n} = \frac{52.5 - 50}{8}\sqrt{60} = 2.42$$

(4)

④ Critical Value

~~$t_{tab}$~~ $t_{test} = 2.42$

$t_\alpha = t_{0.05}$

$df = n - 1 = 60 - 1 = \boxed{59}$

لأن الجدول يبدأ

$t_{0.05} = 1.671$

⑤ Conclusion

Reject $H_0$ If $t > t_\alpha$

$t = 2.42$ , $t_\alpha = 1.671$

$t > t_\alpha$ So Reject $\boxed{H_0}$

$H_a$: Accept $\Rightarrow \mu > 50$

20

Ex:

$H_0: \mu = 22$ , $H_a: \mu \neq 22$ { $n = 75$ $S = 10$ $\bar{x} = 20$ , $\alpha = 10\%$

1 من نوع السؤال نعرف انه حنا عكلنا في unknow لذلك معطينا S و n وحسبنا في الكلام اكلنا في الجدول في وبعدين + بدل 2

حنلاقي لكل:

1 $H_0: \mu = 22$

$H_a: \mu \neq 22$

2 $\alpha = 10\%$

3 Test

$$t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{S} \sqrt{n}$$

$$= \frac{20 - 22}{10} \sqrt{75} = \boxed{-1.73}$$

(21)

④ Critical value

$t_{tab} = -1.73$ $t_{tab} = -1.73$

$t_\alpha = t_{10\%}$

$df =$

$\alpha = 10\%$ $\frac{\alpha}{2} = 5\%$

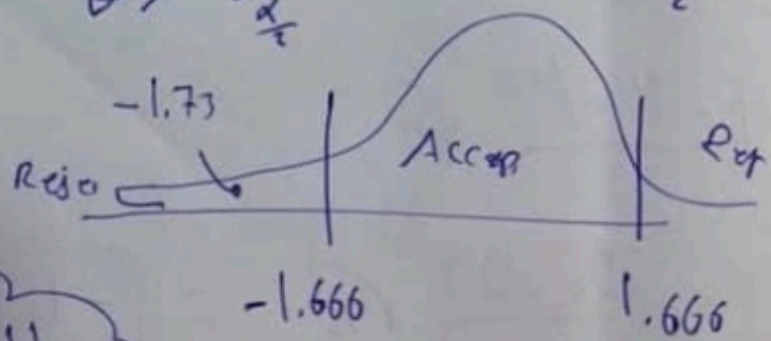
$t_{0.05}$ ($df =$ )

$t_{0.05} = 1.666$

$-t_{0.05} = -1.666$

⑤ Conclusion

Reject $H_0$ if $t > t_{\frac{\alpha}{2}}$ or $t < -t_{\frac{\alpha}{2}}$




Then Reject $H_0$

$\mu \neq 22$ Correct ($H_a$)

حسب المثال السابق يوجد حالة خاصة يمكن
2- tailed فقط أن
الكلام اعلاه (في جدول t) وفي حالة
ال Interval (ch.8)

حسب المثال

$$\text{Interval} = \bar{x} \pm t_{\frac{\alpha}{2}} \frac{S}{\sqrt{n}}$$

$$= 20 \pm 1.666 \frac{10}{\sqrt{75}}$$

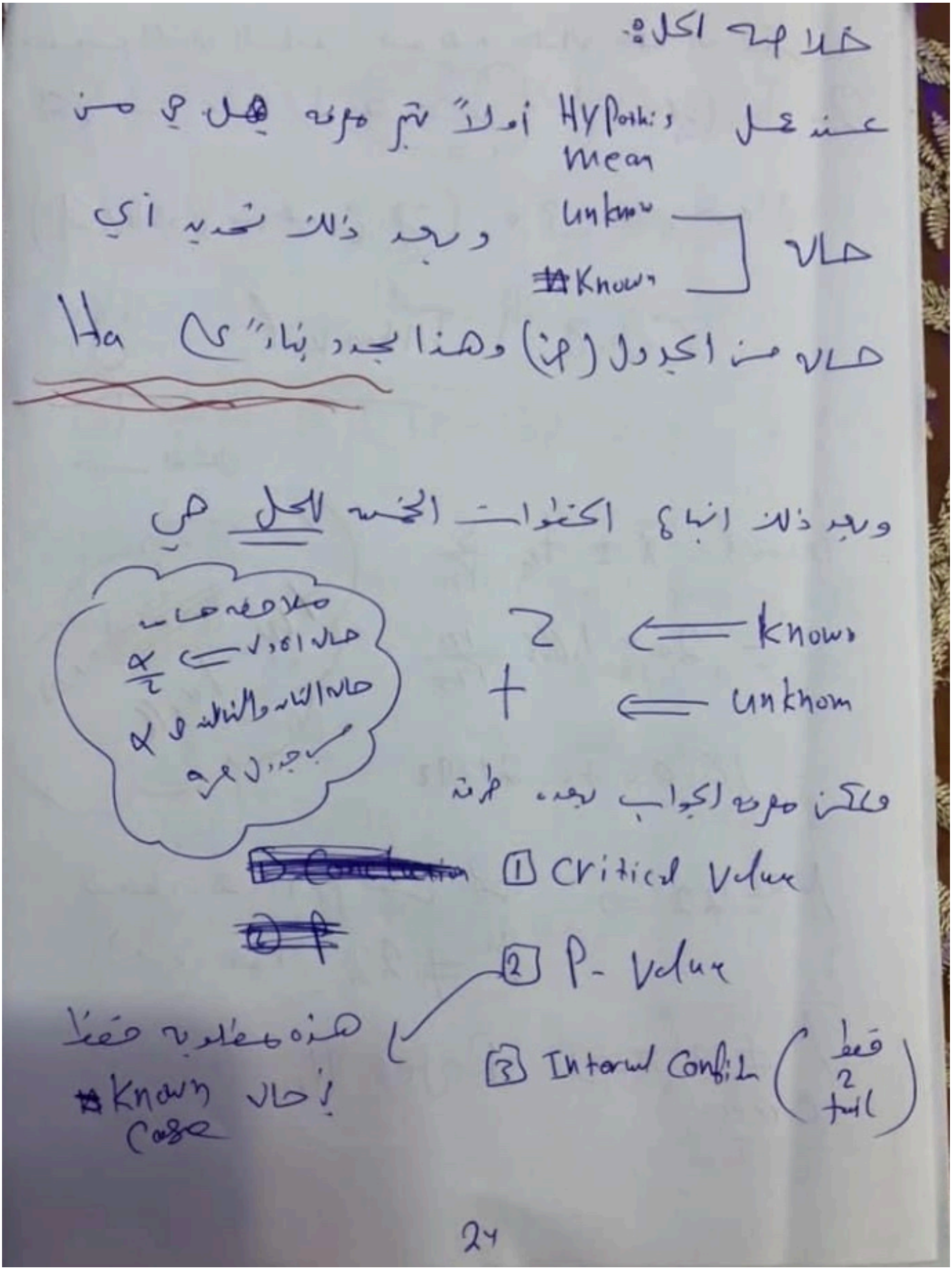
$$= 18.08 \text{ to } 21.92$$

هذه فقط two tail

$\mu_0 = 22 \Rightarrow$ لاحظ انه هذا الرقم ليس في الفترة اذا $\mu_0 \neq 22$

$\mu_0 \neq 22$ Correct $\Rightarrow$ Reject $H_0$

23


Hypothesis
Mean
Unknown
Known
Ha
Known
Unknown
Critical Value
P- Value
Interval Confid
Known Case

# Hypothesis testing for Proportion

خطوات الحل

1. $H_a \rightarrow H_o$ نختبر

2. Select $\alpha$ (1%, 5%, 10%)

3. test

$$Z = \frac{\bar{P} - P_o}{\sqrt{\frac{P_o(1-P_o)}{n}}}$$

$\bar{P}$ : Sample Proportion $\frac{x}{n}$

$P_o$ : Proportion in $H_o$

$n$ : Sample size

4. Critical value (Reject rule)

نقبل $H_o$ إذا

| | | |
|---|---|---|
| $H_a$ ≠ | Reject $H_o$ If | $Z > Z_{\frac{\alpha}{2}}$ or $Z < -Z_{\frac{\alpha}{2}}$ |
| $H_a$ > | " " " | $Z > Z_\alpha$ |
| $H_a$ < | " " " | $Z < -Z_\alpha$ |

25

وبوجد أيضاً Reject Rule من خلال

* P-Value $\Rightarrow$ $P(Z > |Z_{calc}|)$

one-tail في حالة

two-tail في حالة

$2\,P(Z > |Z_{calc}|)$

Reject $H_0$ If P-Value $< \alpha$ حيث

* Confidence interval (2-tail) فقط لـ

⑤ Conclusion

Reject or Accept

Ex:

$H_0: P = 0.2$

$H_a: P \neq 0.2$

A sample of 400 Provide $\bar{P} = 0.175$ use $\alpha = 5\%$

من نص السؤال نأخذ $P_0 = 0.2$ وهذه القيمة

الأولى من الحدود في

خطوات الحل

1) $H_0: P = 0.2$

$H_a: P \neq 0.2$

2) $\alpha = 5\%$

3) Test

$$Z = \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}} = \frac{0.175 - 0.2}{\sqrt{\frac{(0.2)(0.8)}{400}}} = -1.25$$

27

④ Critical v.l.

$\frac{\alpha}{2}$ ← "اذا كان الاختبار ذو طرفين"

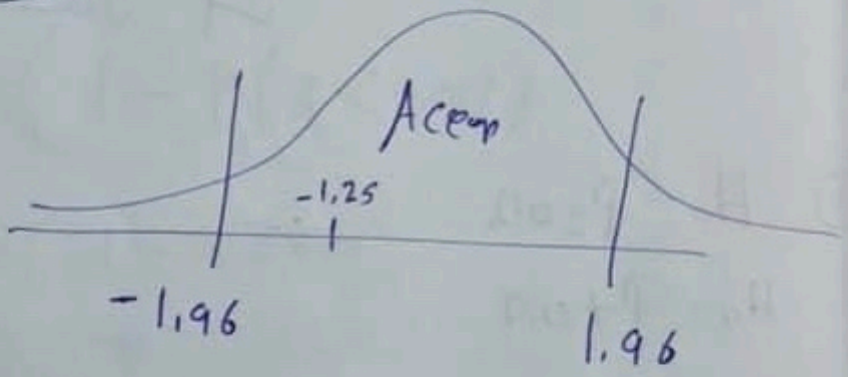
$\alpha = 5\%$ , $\frac{\alpha}{2} = 2.5\%$

$Z_{\frac{\alpha}{2}} = Z_{0.025} = 1.96$

$Z_{0.025} = 1.96$

$-Z_{0.025} = -1.96$

$Z_{test} = -1.25$




$Z_{test} < Z_{\frac{\alpha}{2}}$ , $Z_{test} > -Z_{\frac{\alpha}{2}}$

So ⇒ Accept Ho

⑤ Conclusion:

Accept Ho

28

P-vl ... Reject. Rule (4) ...

$$P\text{-value} = 2(Z > |Z_{calc}|)$$

$$P = 2(Z > |-1.25|)$$

$$P = 2(1 - P(Z < 1.25))$$

$$P = 2 \times (1 - 0.8944)$$

$$P = 0.2112$$

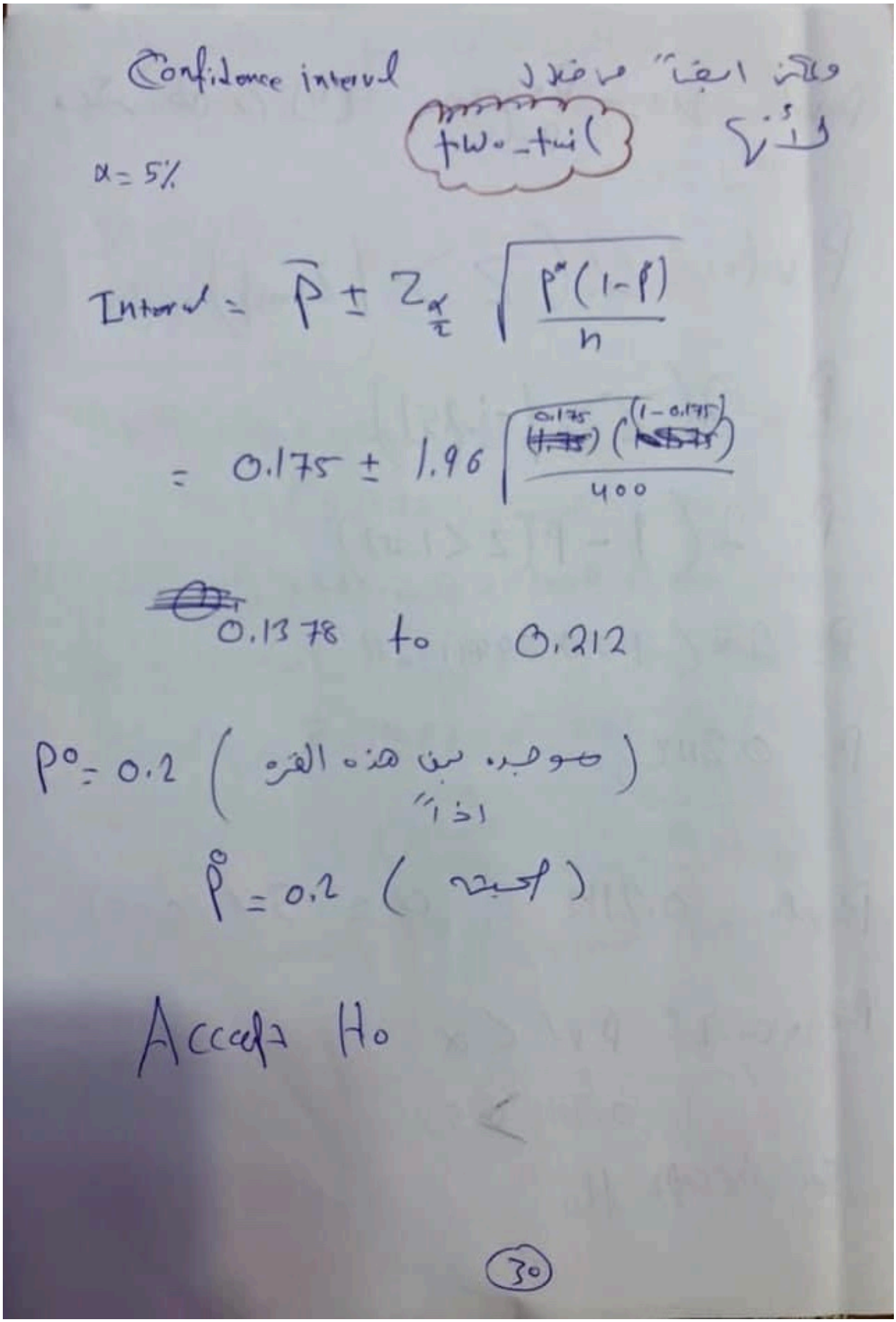
$$P\text{-value} = 0.2112 \quad , \quad \alpha = 5\% \ (0.05)$$

Reject If $P\text{-vl} < \alpha$

$0.2112 \not< 5\%$

So Accept $H_0$

(29)


Confidence interval
two-tail
α = 5%
Interval = $\bar{p} \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{p^*(1-p)}{n}}$
$= 0.175 \pm 1.96 \sqrt{\frac{0.175(1-0.175)}{400}}$
0.1378 to 0.212
$p^o = 0.2$
$\hat{p} = 0.2$
Accept Ho
30

حسب الخطوات السابقة كانت $H_a \neq H_o$
معظم وجاءت ولكن أحياناً تأتي كتابتها حسب
نوع السؤال :-

حسب الكتاب

Q19/353

من نوع السؤال كله reported تعاريف ياوين بالزبط

اذاً حسب هذا السؤال $H_o: \mu = 14.32$

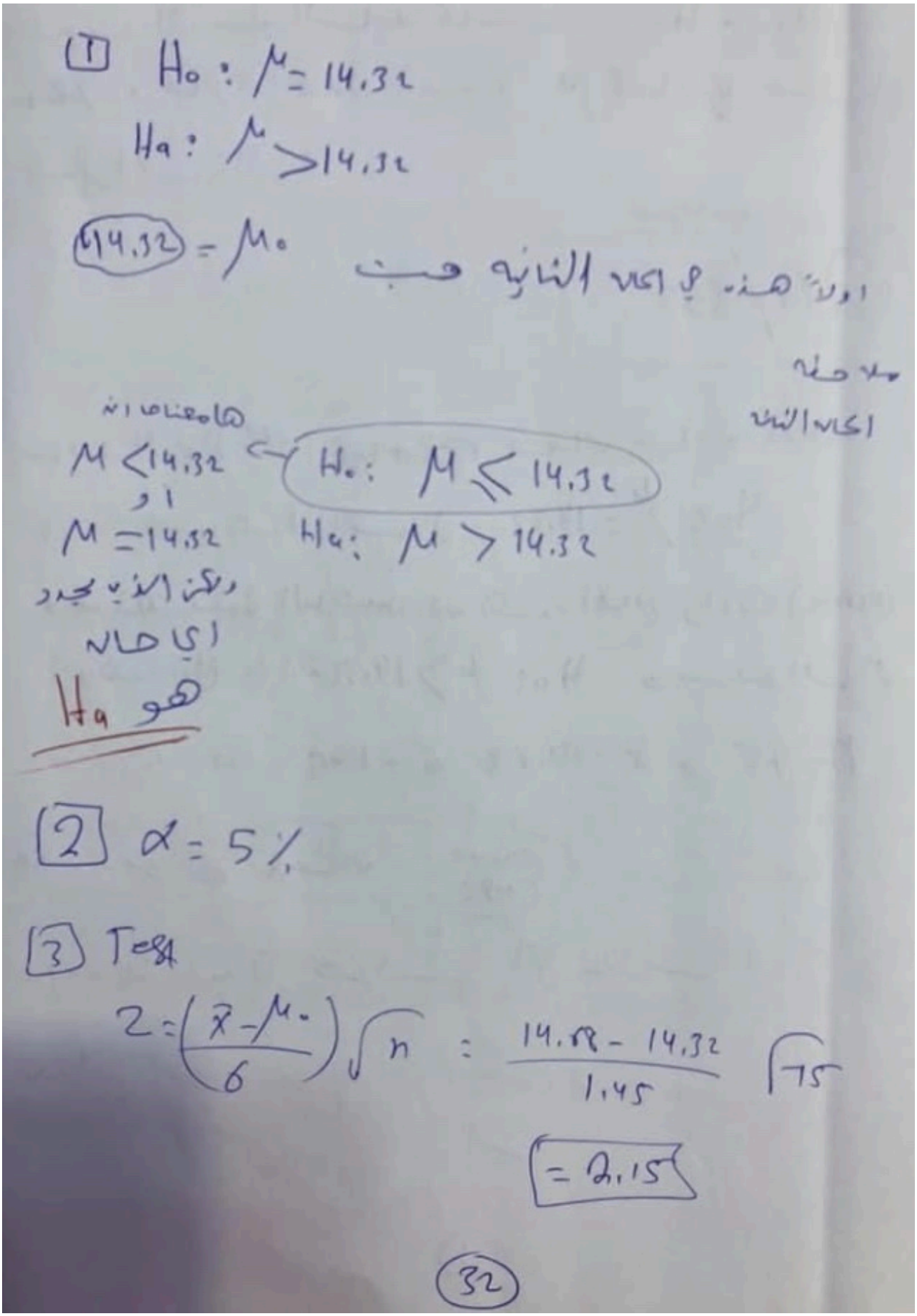
وبعد ذلك نقول الباحثين ان هذا المانج زادت (increase)

وهذا يدل على انه $H_a: \mu > 14.32$ من نوع السؤال

$n = 75$ , $\bar{x} = 14.68$ $\sigma = 1.45$ $\alpha = 5\%$

ومن وجود $\sigma$ نعرف انه Known Case

بعد ذلك نبدأ بخطوات الحل بالزبط



1 $H_0 : \mu = 14.32$

$H_a : \mu > 14.32$

$\mu_0 = 14.32$ هي القيمة الثابتة في

الجملة

الجملة المتضادة

$\mu < 14.32$ أو $\mu = 14.32$ ولكن المتغير يحدد أي حالة هو $H_a$

$H_0 : \mu \leq 14.32$

$H_a : \mu > 14.32$

2 $\alpha = 5\%$

3 Test

$$Z = \left(\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma}\right)\sqrt{n} = \frac{14.88 - 14.32}{1.45}\sqrt{75}$$

$$= 2.15$$

32

(4) Reject Rule

$Z_{test} = 2.15$

$Z_\alpha = Z_{0.05} = 1.645$

$Z_{test} > Z_\alpha$

(5) Conclusion

Reject $H_0$ If $Z_{test} > Z_\alpha$

So $2.15 > 1.645$

Reject $H_0$

* $H_a$: Correct; increase occurred in the mean hourly earning since 2001

(33)

Q 27/358

حسب نص السؤال

$H_0: \mu = 238$ ( Reported = )

$H_a: \mu < 238$ ( below ) — كلمات دالة من السؤال

a) $H_0: \mu = 238$

$H_a: \mu < 238$

[illegible] $n = 100, \bar{x} = 231, s = 80$ [illegible]

P-value = $P(t >$ [illegible]

b: [illegible] Critical [illegible] صغلوب

خلي بال لانو في P-val [illegible] t

(b) $n = 100$

$\bar{x} = 231$

$S = 80$ (unknown)

$\alpha = 5\%$

هذه المسألة لدينا $\mu < \mu_0$

$$t = \left(\frac{\bar{x} - \mu_0}{S}\right)\sqrt{n}$$

$$t = \left(\frac{231 - 238}{80}\right)\sqrt{100}$$

$t_{test} = -0.88$ , $t_\alpha = t_{0.05} = 1.666$

$df = 99$

$-t_{0.05} = -1.660$

Lib www.bzu-lib.com

(5) Conclusion

Reject $H_0$ If

$$Z_{test} < -Z_\alpha$$

$$-0.88 > -1.666$$

So Accept $H_0$

36

خلاصة النقاط:

يجب حفظ الجدول $P_0$ وهو في حالة ال known Case

واذا اصبحت unknow نبقي نفس الجدول

ونكمل بال Z نتحول الى t

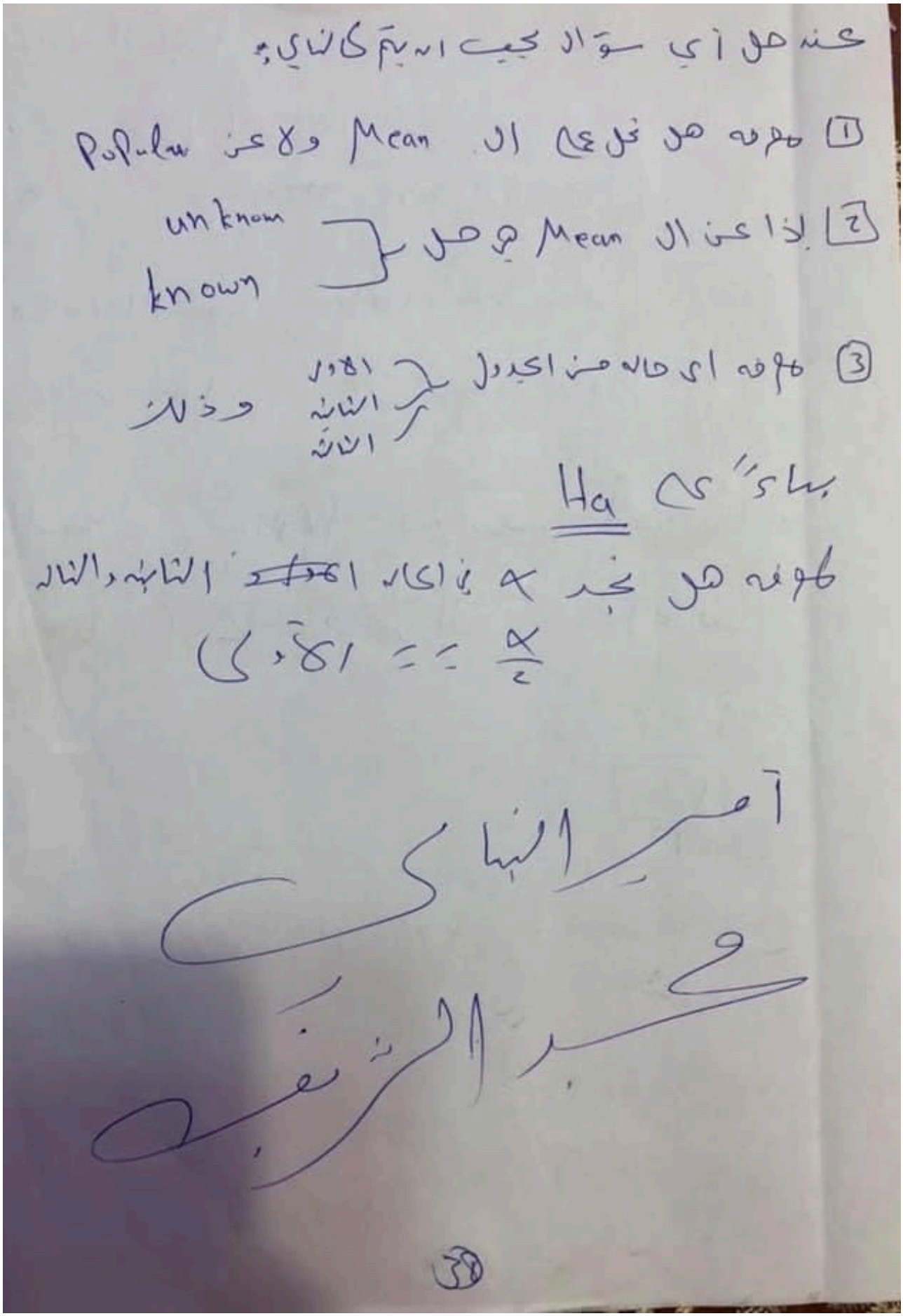
بالنسبة لـ Proportion نبقي نفس الجدول ثابتا"

ونحل الى Z ونكمل ال Test تختلف

$$Z = \left( \frac{\bar{P} - P_0}{\sqrt{\frac{P_0(1-P_0)}{n}}} \right)$$

لذلك يجب الرجوع الى الجدول $P_0$ ومعرفة

البقية ـــــ


عند حل أي سؤال يجب اسبق كالتالي:

1) معرفة هل نتكلم عن Mean ولا عن Popular

2) إذا عن الـ Mean هو حل { unknown / known

3) معرفة أي حالة من الجدول { الأولى / الثانية / الثالثة } وذلك

بناءً على Ha

معرفة هل نجد α بالنسبة الثانية والثالثة

$\frac{\alpha}{2}$ = = الأولى

آخر النهاية

على عبد الرزاق

38