

Chapter 1

Time

Complexity

مذكرات شرح وتمارين محلولة،
امتحانات سابقة للعديد من المواد أدناه
متاحة مجاناً على الموقعين المذكورين

6. Reorder the following efficiencies from smallest to largest:

- a. 2^n
- b. $n!$
- c. n^5
- d. 10,000
- e. $n \log_2(n)$

عند ترتيب وقت الدوال يجب الأخذ في الاعتبار ما يلي:

• أي رقم ثابت مهما كان كبيراً فهو $O(1)$.

• نقوم بإهمال **lower terms** عند المقارنة فمثلاً $(7n^2 + 100n)$ نتعامل معها

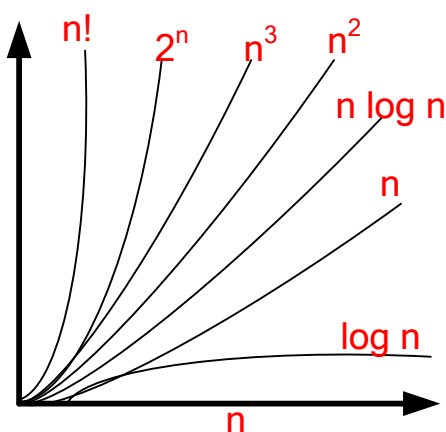
كأنها $(7n^2)$ ونهمل $(100n)$ لأنه في حال قيم n كبيرة تكون $(7n^2 \gg 100n)$

• نقوم بإهمال **leading factors** فمثلاً $7n^2 = O(n^2)$ وكذلك $100n^2 = O(n^2)$

فكان كلاهما لهما نفس **efficiency**.

• عند ذكر $\log n$ فإنها تعني $\log_2 n$ ما لم يذكر خلاف ذلك.

• يمكن الاسترشاد بالرسم البياني الموضح.



answer:

- 1) 10,000
- 2) $n \log n$
- 3) n^5
- 4) 2^n
- 5) $n!$

المنافسة الحقيقية دائماً ما تكون بين ما قمت بفعله وما أنت قادر على فعله

النوتات مجانية للنفذ العام فيرجى المساهمة بالإبلاغ عن أي خطأ أو ملاحظات تراها ضرورية برسالة نصية 9 4444 260 أو بالبريد الإلكتروني

Physics I/II, English 123, Statics, Dynamics, Strength, Structure I/II, C++, Java, Data, Algorithms, Numerical, Economy

شرح ومسائل محلولة مجاناً بالموقعين eng-hs.com, eng-hs.net

م. حمادة شعبان 9 4444 260 info@eng-hs.com

7. Reorder the following efficiencies from smallest to largest:

- a. $n \log_2(n)$
- b. $n + n^2 + n^3$
- c. 2^4
- d. $n^{0.5}$

عند ترتيب وقت الدوال يجب الأخذ في الاعتبار ما يلي:

• أي رقم ثابت مهما كان كبيراً فهو $O(1)$.

• نقوم بإهمال **lower terms** عند المقارنة فمثلاً $(7n^2 + 100n)$ نتعامل معها كأنها $7n^2$

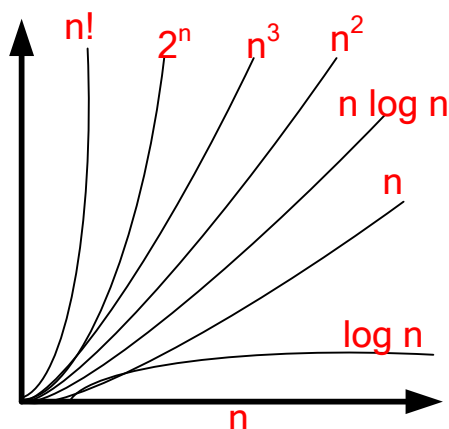
(n^2) ونهمل $(100n)$ لأنه في حال قيم n كبيرة تكون $(7n^2 \gg 100n)$

• نقوم بإهمال **leading factors** فمثلاً $7n^2 = O(n^2)$ وكذلك $100n^2 = O(n^2)$ فكان

كلاهما لهما نفس **efficiency**.

• عند ذكر **logn** فإنها تعني $\log_2 n$ ما لم يذكر خلاف ذلك.

• يمكن الاسترشاد بالرسم البياني الموضح.



answer:

- 1) $2^4 = O(1)$
- 2) $n^{0.5}$
- 3) $n \log n$
- 4) $n + n^2 + n^3$

وضع اللمسة الأخيرة على عملك
بمثابة التاج الذي يكمل نجاحك

النوتات مجانية للنفع العام فيرجى المساهمة بالإبلاغ عن أي خطأ أو ملاحظات تراها ضرورية برسالة نصية 9 4444 260 أو بالبريد الإلكتروني

Physics I/II, English 123, Statics, Dynamics, Strength, Structure I/II, C++, Java, Data, Algorithms, Numerical, Economy

شرح ومسائل محلولة مجاناً بالموقعين eng-hs.com, eng-hs.net

م. حمادة شعبان 9 4444 260 info@eng-hs.com

8. Determine the big-O notation for the following:

- $5n^{5/2} + n^{2/5}$
- $6\log_2(n) + 9n$
- $3n^4 + n\log_2(n)$
- $5n^2 + n^{3/2}$

عند ترتيب وقت الدوال يجب الأخذ في الاعتبار ما يلي:

• أي رقم ثابت مهما كان كبيراً فهو $O(1)$.

• نقوم بإهمال **lower terms** عند المقارنة فمثلاً $(7n^2 + 100n)$ نتعامل معها كأنها

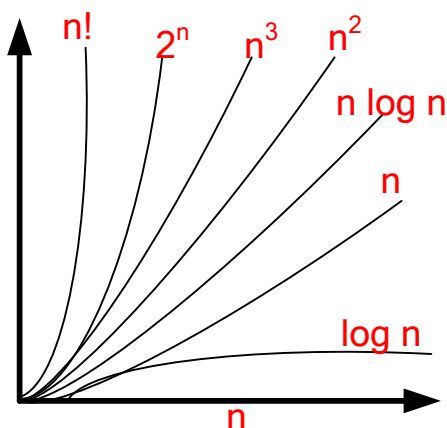
$(7n^2)$ و نهمل $(100n)$ لأنه في حال قيم n كبيرة تكون $(7n^2 \gg 100n)$.

• نقوم بإهمال **leading factors** فمثلاً $7n^2 = O(n^2)$ وكذلك $100n^2 = O(n^2)$ فكأن

كلاهما لهما نفس **efficiency**.

• عند ذكر **log n** فإنها تعني $\log_2 n$ ما لم يذكر خلاف ذلك.

• يمكن الاسترشاد بالرسم البياني الموضح:



Answer:

- $6 \log n + 9n = O(n)$
- $5n^2 + n^{3/2} = O(n^2)$
- $5n^{5/2} + n^{2/5} = O(n^{2.5})$
- $3n^4 + n \log n = O(n^4)$

إذا أردت أن تنجز عملاً بشكل جيد، فستجد وسيلة لإنجازه مهما كانت الظروف

النوتات مجانية للنتفخ العام فيرجى المساهمة بالإبلاغ عن أي خطأ أو ملاحظات تراها ضرورية برسالة نصية 9 4444 260 أو بالبريد الإلكتروني

Physics I/II, English 123, Statics, Dynamics, Strength, Structure I/II, C++, Java, Data, Algorithms, Numerical, Economy

شرح ومسائل محلولة مجاناً بالموقعين eng-hs.com, eng-hs.net

م. حمادة شعبان 9 4444 260 info@eng-hs.com

9. Calculate the run-time efficiency of the following program segment:

```

1  i = 1
2  loop (i <= n)
    1  print (i)
    2  i = i + 1
3  end loop

```

عند طلب حساب الوقت المطلوب لتنفيذ الجوريزم يجب مراعاة التالي:

• فى حال عدم وجود loop أو recursion فإن الوقت المطلوب هو $O(1)$.

• فى حال وجود recursion فإنه يقوم مقام loop.

• الحد الأقصى لوقت algorithm يحتوى على loop واحدة هو $O(n)$ ويمكن أن يكون أقل من ذلك $O(\log n)$ أو $O(1)$ لكن لا يمكن أن يكون مثلاً $O(n^2)$ أو

$O(\log n)$.

• الحد الأقصى لوقت algorithm يحتوى على two nested loops هو $O(n^2)$ ويمكن أن يكون أقل من ذلك مثلاً $O(n \log n)$ أو $O(n)$ والعبرة فى ذلك حسب شروط إيقاف loops.

• فى حال loop counter يبدأ من 1 ويتضاعف كل مرة بضربه $x 2$ أو يبدأ من n ويتم قسمته على 2 فى كل مرة فإن الوقت المطلوب لهذه loop هو $O(\log n)$.

• عدد الخطوات داخل loop لا يؤثر على big oh notation لها طالما أننا لا نهتم بالـ leading factor عند الحكم على الجوريزم وطالما أن هذه الخطوات لا تحتوى على loops أو تستدعى الجوريزمات أخرى لها وقت تنفيذ خلاف $O(1)$.

answer $\rightarrow O(n)$

الذين يسعون دائماً نحو التميز والأفضل
يصبحوا تلقائياً مثلاً للآخرين

النوتات مجانية للرفع العام فيرجى المساهمة بالإبلاغ عن أي خطأ أو ملاحظات تراها ضرورية برسالة نصية 260 4444 9 أو بالبريد الإلكتروني

Physics I/II, English 123, Statics, Dynamics, Strength, Structure I/II, C++, Java, Data, Algorithms, Numerical, Economy

شرح ومساند محلولة مجاناً بالموقعين eng-hs.com, eng-hs.net

م. حمادة شعبان 260 4444 9 info@eng-hs.com

10. Calculate the run-time efficiency of the following program segment:

```

1  i = 1
2  loop (i <= n)
    1  j = 1
    2  loop (j <= n)
        1  k = 1
        2  loop (k <= n)
            1  print (i, j, k)
            2  k = k + 1
        3  end loop
    4  j = j + 1
    3  end loop
4  i = i + 1
3  end loop

```

عند طلب حساب الوقت المطلوب لتنفيذ أليجوريزم يجب مراعاة التالي:

• في حال عدم وجود **loop** أو **recursion** فإن الوقت المطلوب هو $O(1)$.

• في حال وجود **recursion** فإنه يقوم مقام **loops**.

• الحد الأقصى لوقت **algorithm** يحتوى على **loop** واحدة هو $O(n)$ ويمكن أن يكون أقل من ذلك $O(\log n)$ أو $O(1)$ لكن لا يمكن أن يكون مثلاً $O(n^2)$ أو

$O(\log n)$.

• الحد الأقصى لوقت **algorithm** يحتوى على **two nested loops** هو $O(n^2)$ ويمكن أن يكون أقل من ذلك مثلاً $O(n \log n)$ أو $O(n)$ والعبرة في ذلك حسب شروط إيقاف **loops**.

• في حال **loop counter** يبدأ من 1 ويتضاعف كل مرة بضربه $\times 2$ أو يبدأ من n ويتم قسمته على 2 في كل مرة فإن الوقت المطلوب لهذه **loop** هو $O(\log n)$.

• عدد الخطوات داخل **loop** لا يؤثر على **big oh notation** لها طالما أننا لا نهتم بالـ **leading factor** عند الحكم على أليجوريزم وطالما أن هذه الخطوات لا تحتوى على **loops** أو تستدعى أليجوريزمات أخرى لها وقت تنفيذ خلاف $O(1)$.

answer $\rightarrow O(n^3)$

ابدل كل ما تستطيع لكل
شيء أنت مسنول عنه

النوتات مجانية للنفع العام فيرجى المساهمة بالإبلاغ عن أي خطأ أو ملاحظات تراها ضرورية برسالة نصية 9 4444 260 أو بالبريد الإلكتروني

Physics I/II, English 123, Statics, Dynamics, Strength, Structure I/II, C++, Java, Data, Algorithms, Numerical, Economy

شرح ومسائل محلولة مجاناً بالموقعين eng-hs.com, eng-hs.net

م. حمادة شعبان 9 4444 260 info@eng-hs.com

11. If the algorithm doIt has an efficiency factor of $5n$, calculate the run-time efficiency of the following program segment:

```

1  i = 1
2  loop i <= n
    1  doIt (...)
    2  i = i + 1
3  end loop

```

عند طلب حساب الوقت المطلوب لتنفيذ الجوريزم يجب مراعاة التالي:

- فى حال عدم وجود loop أو recursion فإن الوقت المطلوب هو $O(1)$.
- فى حال وجود recursion فإنه يقوم مقام loops.
- الحد الأقصى لوقت algorithm يحتوى على loop واحدة هو $O(n)$ ويمكن أن يكون أقل من ذلك $O(\log n)$ أو $O(1)$ لكن لا يمكن أن يكون مثلاً $O(n^2)$ أو $O(\log n)$.
- الحد الأقصى لوقت algorithm يحتوى على two nested loops هو $O(n^2)$ ويمكن أن يكون أقل من ذلك مثلاً $O(n \log n)$ أو $O(n)$ والعبرة فى ذلك حسب شروط إيقاف loops.
- فى حال loop counter يبدأ من 1 ويتضاعف كل مرة بضربه $\times 2$ أو يبدأ من n ويتم قسمته على 2 فى كل مرة فإن الوقت المطلوب لهذه loop هو $O(\log n)$.
- عدد الخطوات داخل loop لا يؤثر على big oh notation لها طالما أننا لا نهتم بالـ leading factor عند الحكم على الجوريزم وطالما أن هذه الخطوات لا تحتوى على loops أو تستدعى الجوريزمات أخرى لها وقت تنفيذ خلاف $O(1)$.

$$\begin{aligned}
 \text{answer} &\rightarrow O(n * O(\text{doIt})) \\
 &= O(n * O(n)) \\
 &= O(n^2)
 \end{aligned}$$

لا ترض بأقل من
التميز المطلق

النوتات مجانية للنفذ العام فيرجى المساهمة بالإبلاغ عن أي خطأ أو ملاحظات تراها ضرورية برسالة نصية 9 4444 260 أو بالبريد الإلكتروني

Physics I/II, English 123, Statics, Dynamics, Strength, Structure I/II, C++, Java, Data, Algorithms, Numerical, Economy

شرح ومسائل محلولة مجاناً بالموقعين eng-hs.com, eng-hs.net

م. حمادة شعبان 9 4444 260 info@eng-hs.com

12. If the efficiency of the algorithm doIt can be expressed as $O(n) = n^2$, calculate the efficiency of the following program segment:

```

1  i = 1
2  loop (i <= n)
    1  j = 1
    2  loop (j < n)
        1  doIt (...)
        2  j = j + 1
    3  end loop
    4  i = i + 1
3  end loop

```

عند طلب حساب الوقت المطلوب لتنفيذ الجوريزم يجب مراعاة التالي:

- فى حال عدم وجود loop أو recursion فإن الوقت المطلوب هو $O(1)$.
- فى حال وجود recursion فإنه يقوم مقام loops.
- الحد الأقصى لوقت algorithm يحتوى على loop واحدة هو $O(n)$ ويمكن أن يكون أقل من ذلك $O(\log n)$ أو $O(1)$ لكن لا يمكن أن يكون مثلاً $O(n^2)$ أو $O(\log n)$.
- الحد الأقصى لوقت algorithm يحتوى على two nested loops هو $O(n^2)$ ويمكن أن يكون أقل من ذلك مثلاً $O(n \log n)$ أو $O(n)$ والعبرة فى ذلك حسب شروط إيقاف loops.
- فى حال loop counter يبدأ من 1 ويتضاعف كل مرة بضربه $\times 2$ أو يبدأ من n ويتم قسمته على 2 فى كل مرة فإن الوقت المطلوب لهذه loop هو $O(\log n)$.
- عدد الخطوات داخل loop لا يؤثر على big oh notation لها طالما أننا لا نهتم بالـ leading factor عند الحكم على الجوريزم وطالما أن هذه الخطوات لا تحتوى على loops أو تستدعى الجوريزمات أخرى لها وقت تنفيذ خلاف $O(1)$.

$$\text{answer} \rightarrow O(n * n * O(n^2)) = O(n^4)$$

اجعل التميز هو
علامتك المسجلة

النوتات مجانية للنفع العام فيرجى المساهمة بالإبلاغ عن أي خطأ أو ملاحظات تراها ضرورية برسالة نصية 9 4444 260 أو بالبريد الإلكتروني

Physics I/II, English 123, Statics, Dynamics, Strength, Structure I/II, C++, Java, Data, Algorithms, Numerical, Economy

شرح ومساند محلولة مجاناً بالموقعين eng-hs.com, eng-hs.net

م. حمادة شعبان 9 4444 260 info@eng-hs.com

13. If the efficiency of the algorithm doIt can be expressed as $O(n) = n^2$, calculate the efficiency of the following program segment:

```

1  i = 1
2  loop (i < n)
    1  doIt (...)
    2  i = i * 2
3  end loop

```

عند طلب حساب الوقت المطلوب لتنفيذ أليجوريزم يجب مراعاة التالي:

- فى حال عدم وجود loop أو recursion فإن الوقت المطلوب هو $O(1)$.
- فى حال وجود recursion فإنه يقوم مقام loops.
- الحد الأقصى لوقت algorithm يحتوى على loop واحدة هو $O(n)$ ويمكن أن يكون أقل من ذلك $O(\log n)$ أو $O(1)$ لكن لا يمكن أن يكون مثلاً $O(n^2)$ أو $O(\log n)$.
- الحد الأقصى لوقت algorithm يحتوى على two nested loops هو $O(n^2)$ ويمكن أن يكون أقل من ذلك مثلاً $O(n \log n)$ أو $O(n)$ والعبرة فى ذلك حسب شروط إيقاف loops.
- فى حال Loop counter يبدأ من 1 ويتضاعف كل مرة بضربه $2 \times$ أو يبدأ من n ويتم قسمته على 2 فى كل مرة فإن الوقت المطلوب لهذه loop هو $O(\log n)$.
- عدد الخطوات داخل loop لا يؤثر على big oh notation لها طالما أننا لا نهتم بالـ leading factor عند الحكم على أليجوريزم وطالما أن هذه الخطوات لا تحتوى على loops أو تستدعى أليجوريزمات أخرى لها وقت تنفيذ خلاف $O(1)$.

$$\text{answer} \rightarrow O(\log n * O(n^2)) = O(n^2 \log n)$$

الكثير من العمل الجيد يضيع بسبب العجز عن بذل ما هو أكثر قليلاً

النوتات مجانية للنفق العام فيرجى المساهمة بالإبلاغ عن أي خطأ أو ملاحظات تراها ضرورية برسالة نصية 260 4444 9 أو بالبريد الإلكتروني

Physics I/II, English 123, Statics, Dynamics, Strength, Structure I/II, C++, Java, Data, Algorithms, Numerical, Economy

شرح ومسائل محلولة مجاناً بالموقعين eng-hs.com, eng-hs.net

م. حمادة شعبان 260 4444 9 info@eng-hs.com

14. Given that the efficiency of an algorithm is $5n^2$, if a step in this algorithm takes 1 nanosecond (10^{-9}), how long does it take the algorithm to process an input of size 1000?

Time required = (number of steps) * (time of each step)

$$= (5n^2) * (t)$$

$$= (5 * (1000)^2) * (10^{-9})$$

$$= 5 * 10^{-3} \text{ seconds}$$

$$= 0.005 \text{ second}$$

ازرع بذرة الرغبة في عقلك وسوف
تشكل نواة ذات قوة تجذب إليه كل
شيء تحتاجه لتحقيق نجاحه

النوتات مجانية للنفع العام فيرجى المساهمة بالإبلاغ عن أي خطأ أو ملاحظات تراها ضرورية برسالة نصية 9 4444 260 أو بالبريد الإلكتروني

Physics I/II, English 123, Statics, Dynamics, Strength, Structure I/II, C++, Java, Data, Algorithms, Numerical, Economy

شرح ومسائل محلولة مجاناً بالموقعين eng-hs.com, eng-hs.net

م. حمادة شعبان 9 4444 260 info@eng-hs.com

16. Given that the efficiency of an algorithm is $5n \log_2(n)$, if a step in this algorithm takes 1 nanosecond (10^{-9}), how long does it take the algorithm to process an input of size 1000?

Time required = (number of steps) * (time of each step)

$$= (5n \log n) * (t)$$

$$= (5 * 1000 * \log(1000)) * (1 * 10^{-9})$$

$$\simeq 50 * 10^{-6} \text{ seconds}$$

الرغبات الضعيفة تحقق نتائج ضعيفة،
تماماً كما أن قدراً صغيراً من النيران لا
يصنع إلا قدراً صغيراً من الحرارة

النوتات مجانية للنفع العام فيرجى المساهمة بالإبلاغ عن أي خطأ أو ملاحظات تراها ضرورية برسالة نصية 9 4444 260 أو بالبريد الإلكتروني

Physics I/II, English 123, Statics, Dynamics, Strength, Structure I/II, C++, Java, Data, Algorithms, Numerical, Economy

شرح ومسائل محلولة مجاناً بالموقعين eng-hs.com, eng-hs.net

م. حمادة شعبان 9 4444 260 info@eng-hs.com

8. Find the complexity of the function used to find the k th smallest integer in an unordered array of integers

```
int selectkth(int a[], int k, int n) {
    int i, j, mini, tmp;
    for (i = 0; i < k; i++) {
        mini = i;
        for (j = i+1; j < n; j++)
            if (a[j] < a[mini])
                mini = j;
        tmp = a[i];
        a[i] = a[mini];
        a[mini] = tmp;
    }
    return a[k-1];
}
```

عند طلب حساب الوقت المطلوب لتنفيذ ألو ريزم يجب مراعاة التالي:

- في حال عدم وجود **loop** أو **recursion** فإن الوقت المطلوب هو $O(1)$.
- في حال وجود **recursion** فإنه يقوم مقام **loops**.
- الحد الأقصى لوقت **algorithm** يحتوي على **loop** واحدة هو $O(n)$ و يمكن أن يكون أقل من ذلك $O(\log n)$ أو $O(1)$ لكن لا يمكن أن يكون مثلًا $O(n^2)$ أو $O(\log n)$.
- الحد الأقصى لوقت **algorithm** يحتوي على **two nested loops** هو $O(n^2)$ ويمكن أن يكون أقل من ذلك مثلًا $O(n \log n)$ أو $O(n)$ والعبرة في ذلك حسب شروط إيقاف **loops**.
- في حال **loop counter** يبدأ من 1 ويتضاعف كل مرة بضره $2 \times$ أو يبدأ من n ويتم قسمته على 2 في كل مرة فإن الوقت المطلوب لهذه **loop** هو $O(\log n)$.
- عدد الخطوات داخل **loop** لا يؤثر على **big oh notation** لها طالما أننا لا نهتم بالـ **leading factor** عند الحكم على ألو ريزم وطالما أن هذه الخطوات لا تحتوي على **loops** أو تستدعي ألو ريزمات أخرى لها وقت تنفيذ خلاف $O(1)$.

$$\text{Answer} \rightarrow O(k * O(n)) = O(kn)$$

يمكن أن يكون k أي قيمة من 1 إلى n ، أي أن $(k = O(n))$ وبالتالي فإن أقصى وقت لهذه الدالة هو $O(n^2)$.

نقطة الانطلاق لكل الإنجازات هي
الرغبة، تذكر هذا دائما وباستمرار

النوتات مجانية للرفع العام فيرجى المساهمة بالإبلاغ عن أي خطأ أو ملاحظات تراها ضرورية برسالة نصية 9 4444 260 أو بالبريد الإلكتروني

Physics I/II, English 123, Statics, Dynamics, Strength, Structure I/II, C++, Java, Data, Algorithms, Numerical, Economy

شرح ومسائل محلولة مجاناً بالموقعين eng-hs.com, eng-hs.net

م. حمادة شعبان 9 4444 260 info@eng-hs.com

9. Determine the complexity of the following implementations of the algorithms for adding, multiplying, and transposing $n \times n$ matrices:

```
for (i = 0; i < n; i++)
  for (j = 0; j < n; j++)
    a[i][j] = b[i][j] + c[i][j];
```

$O(n^2)$

```
for (i = 0; i < n; i++)
  for (j = 0; j < n; j++)
    for (k = 0; k < n; k++)
      a[i][j] += b[i][k] * c[k][j];
```

$O(n^3)$

```
for (i = 0; i < n - 1; i++)
  for (j = i + 1; j < n; j++) {
    tmp = a[i][j];
    a[i][j] = a[j][i];
    a[j][i] = tmp;
  }
```

$O\left(\frac{n^2}{2}\right) = O(n^2)$

عند طلب حساب الوقت المطلوب لتنفيذ الجوريزم يجب مراعاة التالي:

- فى حال عدم وجود **loop** أو **recursion** فإن الوقت المطلوب هو $O(1)$.
- فى حال وجود **recursion** فإنه يقوم مقام **loops**.

- الحد الأقصى لوقت **algorithm** يحتوى على **loop** واحدة هو $O(n)$ ويمكن أن يكون أقل من ذلك $O(\log n)$ أو $O(1)$ لكن لا يمكن أن يكون مثلاً $O(n^2)$ أو $O(\log n)$.
- الحد الأقصى لوقت **algorithm** يحتوى على **two nested loops** هو $O(n^2)$ ويمكن أن يكون أقل من ذلك مثلاً $O(n \log n)$ أو $O(n)$ والعبرة فى ذلك حسب شروط إيقاف **loops**.

- فى حال **loop counter** يبدأ من 1 ويتضاعف كل مرة بضربه $\times 2$ أو يبدأ من n ويتم قسمته على 2 فى كل مرة فإن الوقت المطلوب لهذه **loop** هو $O(\log n)$.
- عدد الخطوات داخل **loop** لا يؤثر على **big oh notation** لها طالما أننا لا نهتم بالـ **leading factor** عند الحكم على الجوريزم وطالما أن هذه الخطوات لا تحتوى على **loops** أو تستدعى الجوريزمات أخرى لها وقت تنفيذ خلاف $O(1)$.

مواهبنا هي فرص
لإنجاز أعمال طيبة

النوتات مجانية للنفعة العام فيرجى المساهمة بالإبلاغ عن أي خطأ أو ملاحظات تراها ضرورية برسالة نصية 260 4444 9 أو بالبريد الإلكتروني

Physics I/II, English 123, Statics, Dynamics, Strength, Structure I/II, C++, Java, Data, Algorithms, Numerical, Economy

شرح ومسائل محلولة مجاناً بالموقعين eng-hs.com, eng-hs.net

م. حمادة شعبان 260 4444 9 info@eng-hs.com

10. Find the computational complexity for the following four loops:

a. `for (cnt1 = 0, i = 1; i <= n; i++)
for (j = 1; j <= n; j++)
cnt1++;`

answer → $cnt1 = n + n + n \dots + n + n = n^2$

b. `for (cnt2 = 0, i = 1; i <= n; i++)
for (j = 1; j <= i; j++)
cnt2++;`

$$\begin{aligned} cnt2 &= 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + (n-1) + (n) \\ &= \frac{n}{2}(n+1) \\ &= \frac{n^2}{2} + \frac{n}{2} \end{aligned}$$

c. `for (cnt3 = 0, i = 1; i <= n; i *= 2)
for (j = 1; j <= n; j++)
cnt3++;`

$$\begin{aligned} cnt3 &= n + n + n \dots (\log n \text{ times}) \\ &= n * \log n \end{aligned}$$

d. `for (cnt4 = 0, i = 1; i <= n; i *= 2)
for (j = 1; j <= i; j++)
cnt4++;`

$$\begin{aligned} cnt4 &= (2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots \log n) \\ &= \frac{2^{\log n + 1} - 1}{2 - 1} \\ &= 2^{\log n + 1} - 1 \end{aligned}$$

الخيال يعدو بأقصى سرعة،
والمنطق يسير بالكاد