Bir Zeit University

Department of Mathematics

Final Exam — Math 233

Fall 2005

Max 87
min 72

---

1. (9%) بسم الله الذي لا يضر مع اسمه شيء في الأرض ولا في السماء

✓ a. Decide whether the following compound statement atoutology or a contradiction

9

$$[(P \to q) \wedge \sim q] \to \sim p.$$ Toutology

min 7

(b.) prove the validity of the following argument.

- If he studies Medicien then he prepares to earn agood living
- If he studies Math then he prepares to live agood life
- If he prepares to earn agood living or he prepares to have agood life then his tuition is not wasted لا تضاع أو تخسر
- His tuition is wasted.

Threfore he studies neither medicine nor math.

بسم الله الذي لا يضر مع اسمه شيء في الأرض ولا في السماء وهو السميع العليم

---

min 6

2. (12%) 6.5

7

✓ a. write Converse, Contrapositive, and negation of the following statement.

If she solve the homework then she is either intellegent or she is ahard worker.

(b) Use induction to prove the generalized distributive low

$$A \cap \left(\bigcup_{i=1}^{n} B_i\right) = \bigcup_{i=1}^{n} (A \cap B_i) \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

b. Find all equivalence classes.

بسم الله الذي لا يضر مع اسمه شيء في الأرض ولا في السماء وهو السميع العليم

6. (10%)

let $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2+1$ Find

a) $f([-1,4))$ b) $f^{-1}([-1,1))$

c) $f^{-1}(f(\{1,4\}))$ d) $f(f^{-1}(\{-1,4\}))$.

بسم الله الذي لا يضر مع اسمه شيء في الأرض ولا في السماء وهو السميع العليم

7. (10%)

let $A_n = \left]-\frac{1}{n}, 2+\frac{1}{n}\right[$, $n \in \mathbb{N}$ Find

a) $\bigcup_{n\in \mathbb{N}} A_n$ b) $\bigcap_{n\in\mathbb{N}} A_n$ c) $\bigcap_{n=1}^{\infty} (B \cup A_n)$

where $B = [0,4]$.

الحمد لله كما ينبغي لجلال وجهه وعظيم سلطانه

8. (10%) -5

5 let $f: X \to Y$ be a function.

Show that f is one-to-one if and only if
$f^{-1}(f(B)) = B$ for any subset B of X.

الحمد لله كما ينبغي لجلال وجهه وعظيم سلطانه

9. (10%) -5

let $f: X \to Y$ be a function.

5 Show that f is one to one if and only if
$f(A) \cap f(B) = f(A \cap B)$ for all subsets
A, B of X.

وآخر دعوانا أن الحمد لله رب العالمين

-6 -12
-6 -6
-3 -6
-3 -4
-2 -28
-6

(9)

3. (9 %)

Which of the following is true and which is false, and write the negation of each statement.

1. $(\forall\ x \in \mathbb{Z})\ (\exists\ y \in \mathbb{Z})\ (x < y)$

2. $(\forall\ x, y \in \mathbb{R})\ (xy > 0 \Rightarrow x > 0 \text{ and } y > 0)$.

3. All femail students in Math 233 are either attractive or smart.

بسم الله الذي لا يضر مع اسمه شيء في الأرض ولا في السماء وهو السميع العليم

4. (20%)

Either prove or give a Counter Example.

a. if $x \in A$ and $A \in B$ then $x \in B$.

b. if $A \not\subseteq B$ and $B \subseteq C$ then $A \not\subseteq C$.

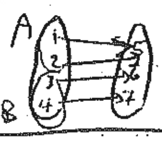
c. $P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)$.

d. If R and S are transitive then $R \cup S$ is transitive.

$R = \{(1,2), (2,5), (1,5)\}$

$S = \{(5,7), (7,15), (5,15)\}$

e. If $f: X \to Y$ is a function and A, B subsets of X then $f(A) - f(B) \subseteq f(A-B)$.



بسم الله الذي لا يضر مع اسمه شيء في الأرض ولا في السماء وهو السميع العليم

5. (10%)

Let $X = \{1,2,3,4\}$, let R be a relation on $P(X)$ defined as follows.

$(A,B) \in R$ iff $|A| = |B|$

(a) show that R is an equivalence relation on $P(X)$.