# ملخص تقوية..

# ميكانيكا المواد

لجنة الميكانيك

Polytechnic


0789434018

Mech.MuslimEngineer.Net

MechFet

FB.com/Groups/Mid.Group

## Introduction :-

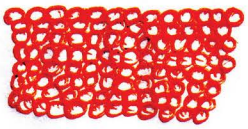
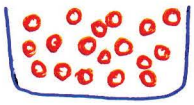
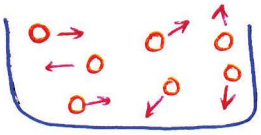
* The mechanics is a branch of physical science that deals with bodies either at rest or in motion...

* a fluid is a substance whose molecules move freely past each other.

▶ So... fluid Mechanics deals with fluid [liquids & gasses] either at rest or in motion, note that:
fluid also substance that will continuously deform; thats flow under the action of shear stress.

* ## liquids & gasses :-

liquids and gasses differ because of forces between molecules.

| ATTribute | Solid | liquid | gas |
|---|---|---|---|
| Typical visulaisation |  |  |  |
| Macroscopic description | solid hold thier shape, no need for a container | liquid typically flow eren ther are strong inter-molecular forces | Molecules move around freely with little inter-action. |
| molecular spacing | small; molecules are close together | small; molecules are held close together. | large |

## Dimensions & units:

| Basic units: | (symbol) | SI "النظام العالمي" | BS "British" |
|---|---|---|---|
| Mass | M | Kilogram (Kg) | Slug |
| length | L | meter (m) | feet |
| Time | T | second (s) | second (s) |
| Tempreature | $\theta$ | kelvin (K) | R |
| Electric current | i | ampere (I) | ⋮ |
| Amount of light | C | Candella | ⋮ |
| Amount of matter | N | moles | |

* غالبا نستخدم وحدات ال (SI)

=> The Grid Method: Because fluid Mechanics involves some complex equations, carrying and canceling units is helpful.

example:

* $g = 9.81\ m/s^2 \xrightarrow[to]{convert} ft/s^2$

$$\Rightarrow 9.81\ \frac{m}{s^2} * \frac{1\ ft}{0.3048\ m} = 32.17\ ft/s^2$$

* $\rho_{H_2O} = 1000\ \frac{kg}{m^3} \xrightarrow[to]{convert} slug/ft^3$

$$\Rightarrow 1000\ \frac{Kg}{m^3} * \frac{1\ slug}{14.5\ kg} * \frac{(0.3048)^3}{ft^3} = 1.94\ slug/ft^3$$

* ملاحظة:

يجب الانتباه الى أنه تكون الوحدات في أي معادلة متجانسة، بمعنى أنه نتأكد من أننا نجمع وحدات متجانسة (طول + طول / متر + متر) و أنه تكون الوحدات من نفس النوع: (نفس المعنى الفيزيائي)

## fluid properties: chapter II

* a fluid has a certain characteristics by which it's physical conditions may be described...

① mass density: ( $\rho$ ) : defined as the ratio of mass to volume at a certain point.

$$\rho = \frac{\text{mass}}{\text{volume}} = \frac{[\text{mass}]}{[\text{volume}]} = \frac{M}{L^3} \left(\frac{kg}{m^3}\right)$$

⇒ values of ($\rho$) can be found tabulated @ text book.

② specific weight: ( $\gamma$ ) : defined as the gravitational force per unit volume of fluid.

$$\gamma = \frac{\text{weight}}{\text{volume}} = \frac{[\text{weight}]}{[\text{volume}]} = \frac{N}{L^3} \left(N/m^3\right)$$

$$= \frac{\text{mass} * g}{\text{volume}} = \frac{m}{V} * g = \rho * g$$

③ specific Grarity: "Relative density"

→ defined as the ratio of the specific weight of a given fluid to the specific weight of water @ a refrence Temp. (4 °C)

$$S.G \equiv S = \frac{\gamma_{fluid}}{\gamma_{H_2O}} \equiv \frac{\rho_{fluid}}{\rho_{water}}$$

## ④ Ideal gas law "equation of state":

$$P\forall = n R_u T$$

$$P\forall = \frac{mass}{Molar\ mass} R_u T$$

$$P\forall = mass * R * T$$

$$\boxed{P = \rho R T}$$

* n: number of moles $= \frac{Mass}{Molar\ mass}$
* $R_u$: universal gas constant $= 8.314\ \frac{KJ}{Kmole.K}$
* T: Temp. (Kelvin)
* P: Pressure (Pa)

← ($R_u$) ثابت عالمي يستخدم لجميع الغازات ، أما ($R$) فهي قيمة مستقلة لكل غاز،
وهي تساوي ($R_u/M.m$) .... ( $R = \frac{Ru}{M.m}$ ← الكتلة الجزيئية لذلك الغاز ، ثابت الغاز العالمي )

④ انتبه !! هذه العلاقة لا تستخدم إلا للغازات وعلى اعتبار أنه الغاز "مثالي" ....

## ⑤ Specific Heat (c):

- ability of fluid to store thermal energy.
- amout of Heat required to raise the Temp. of unit mass by 1 degree.

@ const. pressure → $c_p$

@ const volume → $c_v$

⇒ for liquids: $c_p = c_v = c$ ; for gasses: $c_p \neq c_v$

Specific Heat Ratio ($k$) $= \frac{c_p}{c_v}$ , $R = c_p - c_v$

## ⑥ Internal energy: (U)

- the energy that substance poss-esses becaus of the state of the molecular activity in the substance

(هذه الخاصية تعتمد عليها في كورس Thermodynamics أكثر منه Fluid Mech.)

(يعني خاصية تعبر عن الطاقة داخل المادة المبنية على العلاقة بين الجزيئات)

* Note that: Energy
- * Kinetic energy
- * potential energy
- * atomic structure ( Internal energy )
- ⋮

⑦ Enthalpy (H): the combination ($U + P/\rho$) is encountered frequently in equation for thermodynamics,

$$H = U + P\forall$$

*note* Enthalpy & Internal energy are afunctions of tempreature & pressure ; but for gasses it's afunction of tempreature only!!

*note* properties are
- extensive : which depend on mass (matter) → $r, U, K.E, P.E$ ....
- Intensive : which Independent of mass (matter) → $T, P, \rho$

* extensire prop. divided by mass give us a specific properties.

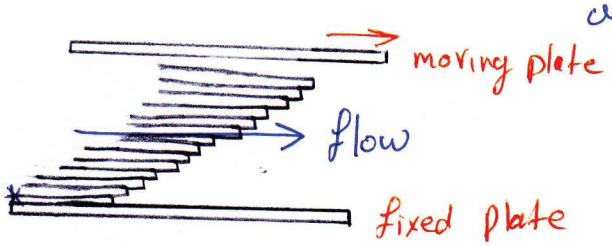
* $U \Rightarrow \frac{U}{m} = \underline{u}$ (specific Internal en.)

note: any Ratio between two extensive properities give us an Intensire one.

$\rho = \frac{\text{mass}}{\text{Volume}}$ (mass: extensire, Volume: extensire) so; $\underline{\rho}$ is an Intensive property.

⑧ Viscosity : "اللزوجة" - ability of fluid to resist deformation (flow) under shear stresses; its depend on matter.

$\mu$ , $\nu$




* لاحظ أن السائل يتحرك على شكل طبقات فوق بعضها البعض

* $\tau \propto \frac{\partial u}{\partial y}$

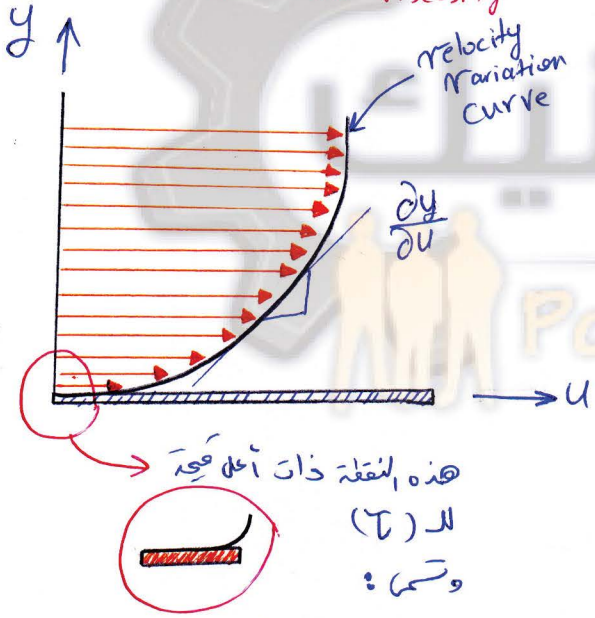
$\frac{\partial u}{\partial y}$ : velocity gradient

* $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$

$\mu$ : ثابت التناسب (اللزوجة)

Newton law for viscosity

(*) أعلى قيمة لـ ($\tau$) تكون موجودة عند نقطة التماس وتقل هذه القيمة مع الابتعاد عن هذه النقطة.




y : المسافة بين اللوحين

u : السرعة (على محور x)

ملاحظات : (Notes)

* velocity variation curve, cannot be tangented to the solid boundry because : $\frac{\partial y}{\partial u} = 0$, then $\frac{\partial u}{\partial y} = \infty$

$\tau = \infty$, this is impossible.

* $\frac{\partial u}{\partial y}$ decreases with distance from the wall, ($\frac{\partial y}{\partial u}$ increses)

* fluid @ the wall have velocity like the solid boundary

هذه النقطة ذات أعلى قيمة لـ ($\tau$) وتسمى :

No-slip condition

وتكون السرعة عندها = Zero

$u_\infty = 0.99\, u_\infty$ @ this point, the corresponding (y) called "Boundary layer thickness"

* Newtonian & non-newtonian fluid:

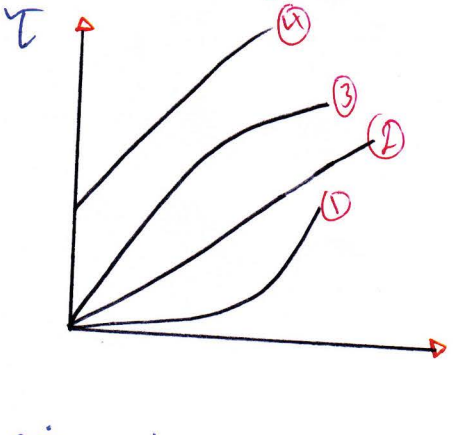
→ Newtonian fluids: fluids for which the shear stress is directly proportional to the rate of strain

water, air ---

$\tau \propto \frac{\partial u}{\partial y}$ ( يتطبق عليها قانون نيوتن )

→ Non-newtonian fluids: fluids for which the shear stress not be directly proportional to the rate of strain.

paints, tooth paste, catsup ---




2 & 4 => Newtonian

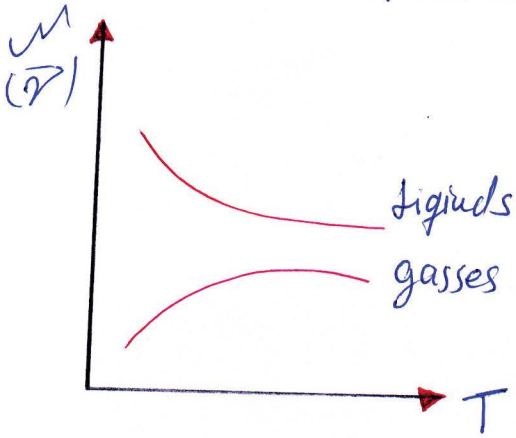
1 & 3 => Non-Newtonian

* Classification of viscosity:

Dynamic (absolute) $\mu$ (Pa.s)

Kinemitic $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ ($m^2/s$)

* effect on tempreature on viscosity:




* for ligiuds: viscosity is decreasing with increasing in (T), cause of this increasing the attractive force between molecules is decreasing.

*لأن الزيادة في الحرارة تضعف قوى الترابط بين جزيئات السائل!!

* But, for gasses: viscosity is increasing with increasing in (T), this cause of increasing of movable molecules and collis

+لأن الزيادة في درجة الحرارة تزيد من حركة الجزيئات الحرة وتزيد التصادمات بينها !!

## * Viscosity equations:

→ for ligiuds: $\mu = C e^{b/T}$

where: * C, b: are constants tabulated @ textbook

* T: Temp (K)

→ for gasses: $\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2} \left(\frac{T_0 + S}{T + S}\right)$ where:

$\mu, \mu_0$: viscosity

$T, T_0$: T in Kelvin

$S$: sutherland constant

* this equation also called:

"Sutherland equation"

انتبه !! قيمة ($\mu_0$) تحسب عند درجة حرارة ($T_0$) وقيمة ($\mu$) تحسب عند (T) !!!

proplem: 2-24 : the kinemetic viscosity of methane @ (15 °C) & atmosphric pressure is ($1.59 * 10^{-5}\ m^2/s$)

using sutherland equation, and Ideal gas law find the kinemetic viscosity @ (200 °C) & 2 atm. pressure!!? (S = 198 K)

* Solution: $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ → $\frac{\nu}{\nu_0} = \frac{\mu}{\mu_0} * \frac{\rho_0}{\rho}$

→ $\frac{\nu}{\nu_0} = \frac{\rho}{\rho_0}\left[\frac{T}{T_0}\right]\left[\frac{\mu}{\mu_0}\right]$ → $\frac{\nu}{\nu_0} = \frac{P_0}{P}\left[\frac{T}{T_0}\right]^{5/2}\left[\frac{T_0+S}{T+S}\right]$

* Substitute in this Equ: $\frac{\nu}{\nu_0} = \frac{1}{2}\left[\frac{473\,K}{288\,K}\right]^{5/2}\left[\frac{288\,K+198\,K}{473\,K+198\,K}\right] = 1.252$

$\nu = 1.252 * 1.59 * 10^{-5} = \boxed{1.99 * 10^{-5}\ \frac{m^2}{s}}$ ✳

**Problem 2.23:** the dynamic viscosity of air @ (15°C) is ($1.78 * 10^{-5}$ N.s/m²), find the viscosity @ 100 °C ?!! [$\mu_0 = 1.78*10^{-5}$ N.s/m², $T_0 = 15°C$, $S = 111$ K, $T = 100°C$]

***Solution:**

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{3/2}\left[\frac{T_0 + S}{T + S}\right]$$ ; substitute:

$$\frac{\mu}{\mu_0} = \left[\frac{273}{288}\right]^{3/2}\left[\frac{288 + 111}{273 + 111}\right] = 1.21 \Rightarrow \mu = 1.21 * 1.78*10^{-5}$$
$$= 2.15*10^{-5}\ \frac{N.s}{m^2}$$

**Problem 2.32** find the kinemetic and the dynamic viscosity of air & water at atemp. of 40 °C and absolute pressure of 170 KPa?!!

***Solution:** [From Table A.3 $\mu_{air} = 1.91*10^{-5}$ N.S/m², $\mu_{water} = 6.53*10^{-5}$ N.s/m², $\rho_{H_2O @ 40°C} = 992$ kg/m³]

$$\rho_{air} = \frac{p}{RT} = \frac{170*10^3}{[287]\ \ [313.2]} = 1.91*10^{-5}\ N.S/m^2$$

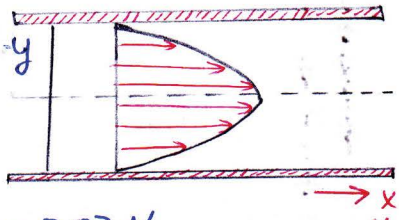
$$\nu_{air} = \frac{\mu}{\rho} = \frac{1.91*10^{-5}}{1.89} = 10.1*10^{-6}\ m^2/s$$

* بالنسبة للماء [$H_2O$] نفس الحل !!

**Problem 2.35** The velocity distribution for the flow of crude oil @ 310 k (μ = $383*10^{-5}$ N.s/m²) between two walls as shown is given by $u = 100y(0.1 - y)$ m/s, y = 0.1 m plot the velocity distribution and determine (τ) @ walls

***Solution:** $u = 10y - 100y^2$ ; $\frac{du}{dy} = 10 - 200y$

$$\left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0} = 10\ s^{-1}\ ,\ \left.\frac{du}{dy}\right|_{y=0.1} = -10\ s^{-1}$$




$$\tau = \mu\frac{du}{dy} \Rightarrow \tau_0 = 383*10^{-5}*10 = 0.0383\ \frac{N}{m^2}$$

$$\tau = 383*10^{-5}*-10 = -0.0383\ \frac{N}{m^2}$$

## ⑨ Bulk modulus of elasticity ( $E_v$ )

the Bulk modulus of elasticity is property that's relates on pressure to change in volume (expansion or contraction)

تعاكس طرد

$$E_v = -\frac{dP}{(dV/V)}$$

* عندما يكون التغير في الضغط موجباً فإن التغير في الحجم سيكون سالباً والعكس ...

$\Delta P \oplus \rightarrow \Delta V \ominus$

$\Delta P \ominus \rightarrow \Delta V \oplus$

ولهذا السبب نضع اشارة ⊖ في القانون

* according to this property we can conclude that:

* Incompressible: مواد غير قابلة للانضغاط
* Compressible: مواد قابلة للانضغاط

ex: $E_v$ for $H_2O = 2.2 * 10^9 \ N/m^2$ which corresponds to 0.05 % change in volume; So we can assume it as "Incompressible"

← لاحظ أننا نحتاج لضغط كبير جداً لتغيير الحجم بشكل ضئيل ولذا نعتبر الماء غير قابل للانضغاط

* **Problem:** The Bulk modulus of elasticity of (ethyl alcohol) is $1.06 * 10^9$ pa, for water, it is $2.15 * 10^9$ Pa, which of these liquids easier to compress, why?!!

* **Solution:** [ $E_{ethyl} = 1.06 * 10^9$ Pa . $E_{H_2O} = 2.15 * 10^9$ Pa ]

$$E = -\Delta P \frac{\forall}{\Delta \forall} \quad \xrightarrow{\text{التغير في الحجم}} \quad \frac{\Delta \forall}{\forall} = -\frac{\Delta P}{E}$$

* لاحظ أنه عند نفس الضغط تكون النسبة $\frac{\Delta \forall}{\forall}$ في حالة الإيثيل أكبر منها في حالة الماء (لأن المقام في حالة الإيثيل أصغر من حالة الماء) ...

∴ بالتالي الإيثيل أسهل "أكثر قابلية للضغط" من الماء!!!

* Surface tension: $\sigma$ (sigma) ( التوتر السطحي )

material property whereby a ligiud at a material interface exerts a force per unit length along the surface.

$$\sigma = \frac{F}{L} \left(\frac{N}{m}\right)$$

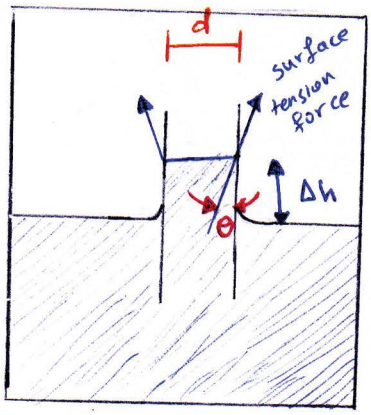
* surface tension is inversly proportional with Temp

$$T \uparrow \; - \; \sigma \downarrow$$

* values of surface tension tabulated @ text book

* Capillary rise:

→ rise above a static water surface at atmospheric pressure.




* لاحظ ارتفاع السائل في الأنبوب وهي ظاهرة متعلقة بالتوتر السطحي.

θ: Contact angle:
angle between the liquid and solid boundary

$\theta < 90°$: liquid wet surface

$\theta > 90°$: liquid not-wet surface

for equilibrium: $\sum F_y = 0.0$

$F_s \cos\theta$ ↑ ، ↓ wheight = $\gamma \forall$

$$\pi d \sigma \cos\theta - \left(\frac{\pi}{4} d^2 h\right) \gamma = 0.0$$

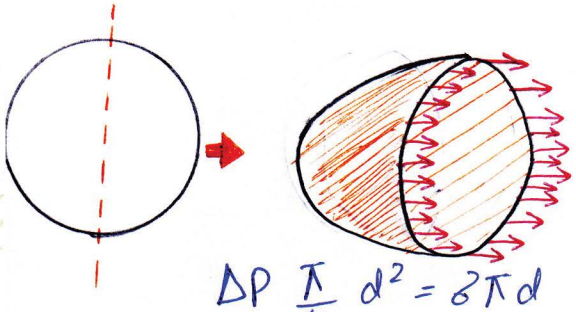
$$h = \frac{4\sigma}{\gamma d} \cos\theta$$

* القوة ($F_s$) تساوي حاصل ضرب الـ (surface tension) في المحيط ($\pi d$)

* الوزنة هو وزنة السائل المرتفع عند السطح الأصلي للسائل عند ضغط جوي !

## * Water Droplet & Soap Bubble:

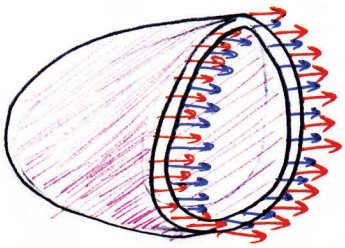
### * water droplet:



$$\Delta P \frac{\pi}{4} d^2 = 2\pi d$$

$$\boxed{\Delta P = \frac{4\sigma}{d}}$$

### * Soap Bubble:



$$\boxed{\Delta P = \frac{8\sigma}{d}}$$

* **Problem 2-52:** water column in glass tube is used to measure the pressure in pipe, the tube is 6 mm diameter, how much of the water column is due to surface tension effects ?!

* **Solution:**

$$h = \frac{4\sigma}{\gamma d}\cos\theta \quad [\theta = 0^\circ], \quad [\sigma = 7.3*10^{-2}\ N/m] \leftarrow \text{From Table A.4}$$

$$h = \frac{4 * 7.3*10^{-2}}{9810 * 0.006} * 1 = 0.00496\,m$$

$$\boxed{h = 4.961\ mm}$$

* **Problem 2-51:** a water bug is suspanded on the surface of abond by surface tension (water doesn't wet the legs) The bug has six legs and each leg is contact with the water over a length of 5 mm, calculate the maximumm mass of the bug to avoid sinking!

* **Solution:** Apply $\sum F_y = 0.0$

$F_T - mg = 0.0$

$F_T$ = القوة الناشئة عن الشد السطحي في الأقدام

$mg$ = وزن الحشرة

$$\Rightarrow F_T = 2[6 * \sigma * \ell] = 2 * 6[\sigma\ell]$$

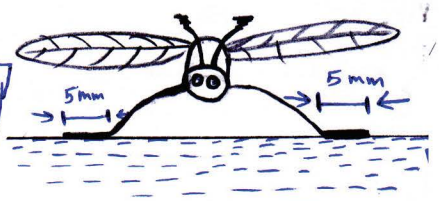
6 = عدد الأقدام

$\sigma$ = لأن القدم الواحدة تلامس الماء بإثنين

$$= 12 * (0.073 * 0.005) = 0.00438\,N$$

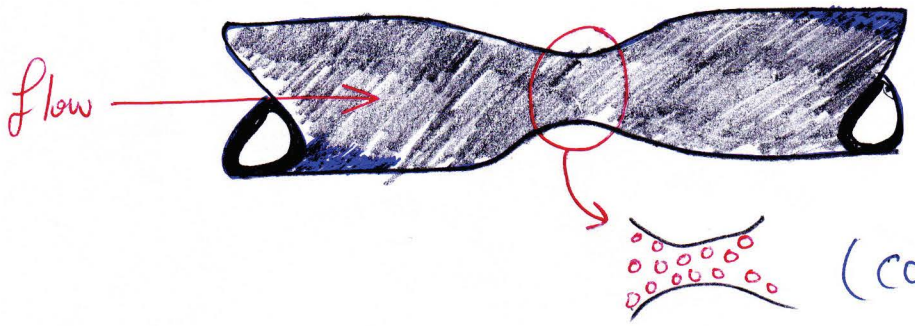
$$\Rightarrow F_T = weight = mg$$

$$m = \frac{F_T}{g} = \frac{0.00438}{9.81} = \boxed{0.447*10^{-3}\ kg}$$



* Vapor pressure: The pressure at which a liquid will vaporize, or boil at a given temperature.

* هذا يعني أنه السائل يتم عندما يتساوى الضغط المحلي مع ضغط البخار.
* قيمة الـ (Vapor press.) تزداد مع زيادة درجة الحرارة.
* فقاعات البخار الناتجة تؤدي الى ظاهرة تسمى (Cavitation) وهي تؤدي الى تلف وأضرار




خلاصة:

- جميع قيم الثوابت تستطيع الحصول عليها من خلال الجداول في الكتاب.
- هذه المواضيع مهمة --- حتى نفهم خصائص الموائع بشكل عام. ---
- انظر الى الأمثلة في الكتاب --- بالإضافة الى أرقام الأسئلة التالية:

صفحة 41

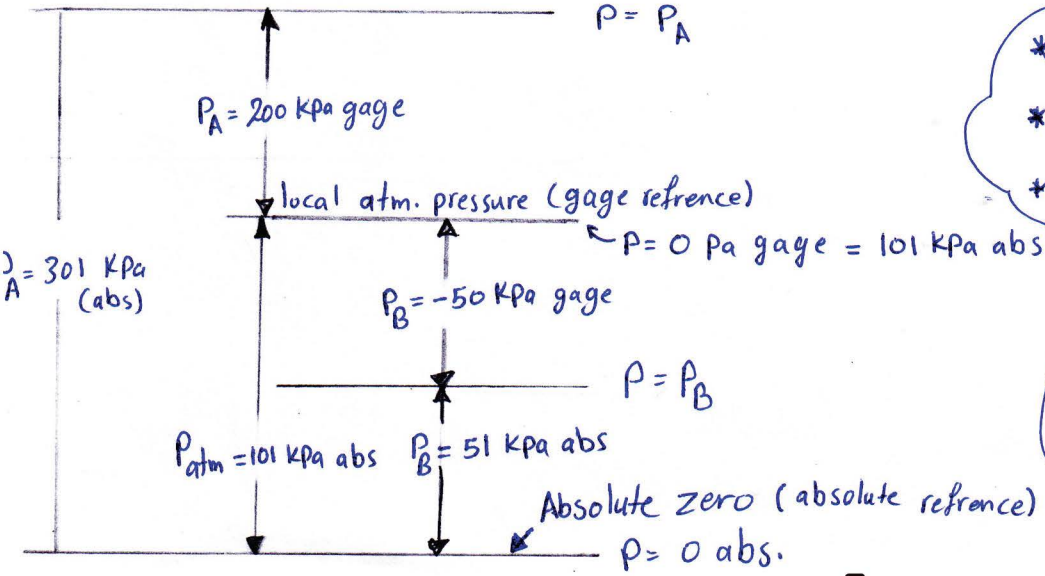
Ch 2: 4, 8, 10, 18, 33, 40, 46, 49, 50, 63 ---

# * Fluid statics : Chapter III

* The hydrostatic condition means that; each fluid particle is in force equilbriem with the net force due to pressure balancing the wheight of fluid particle.
* Pressure is ascalar quantity, the force (according to pressure) will be compression.
* our study at this chapter, will be focused on liquids (may be gasses) @ static conditions (No move, No accel.)
ثابت ، ثابتة

* Definition of pressure : the ratio of Normal force to area.

- absolute pressure : pressure measured relative to the zero. abs pressure
- Gage pressure : pressure measured relative to prevailing local atmospheric pressure.
- Vacum pressure : the difference between atmosphric pressure and actual pressure.




* $P_{abs} = P_{atm} + P_{gage}$
* $P_{abs} = P_{atm} - P_{vaccum}$
* $P_{vaccum} = -P_{gage}$

* atm. pressure:
≡ 101.325 kPa
≡ 760 mm Hg
≡ 10.3 m $H_2O$

* Hydraulic machines: these machines uses components suchas; pistons, pumps & Hoses to transmit forces and energy using fluids; these machines are applied for forklift truck, power steering system, air plane control systems --- etc.

* Hydraulic machines provide "mechanical advantage";

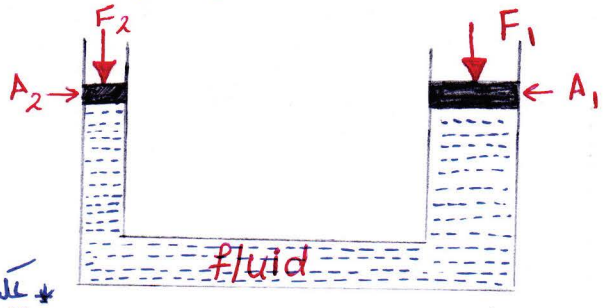
* Pascal's law: "the pressure applied to an enclosed and continuous body of fluid is transmitted undiminished to every portion of that fluid and to the walls of containing vessel."

* هذا يعني انه الضغط المسلط على أي جزء من سائل محصور في وعاء مغلق ينتقل الى جميع أجزاء السائل بانتظام وفي جميع الاتجاهات !!

* الفائدة الميكانيكية تعني "Mechanical adv." أنها النسبة بين القوة التي تنتجها الآلة والقوة المبذولة على تلك الآلة.

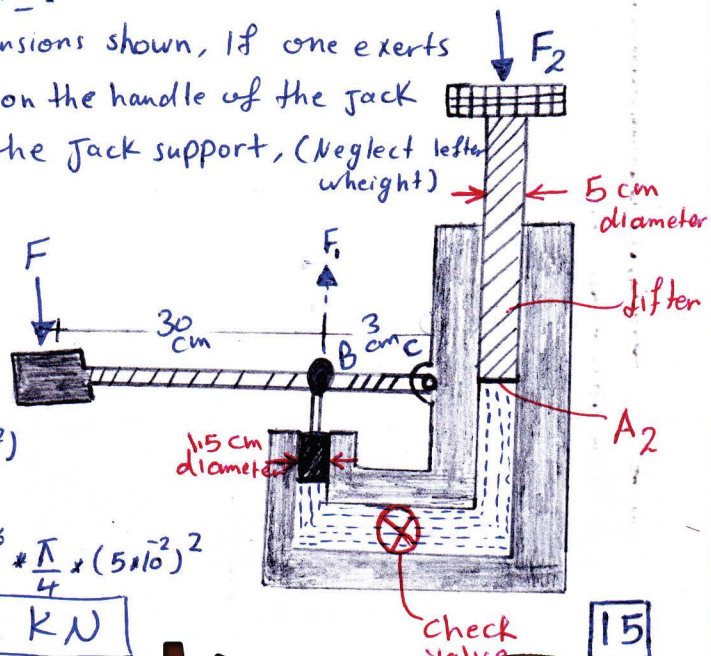
* example: $\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$

"Mechanical" advantage $F_1 = \frac{A_1}{A_2} F_2$




* يمكننا استخدام قوة قليلة ($F_2$) لرفع قوة أكبر ($F_1$)

* example: Hydraulic jak has dimensions shown, If one exerts force of 100 N (F) on the handle of the jack what load ($F_2$) can the jack support, (Neglect lefter wheight)




$\Sigma M_c = 0$

$(100 * 0.33) - (F_1 * 0.03) = 0$

$F_1 = 1100\ N$

$P_1 = \frac{F_1}{A_1} = \frac{1100}{\frac{\pi}{4}(1.5*10^{-2})^2} = 6.227 * 10^6\ Pa\ (N/m^2)$

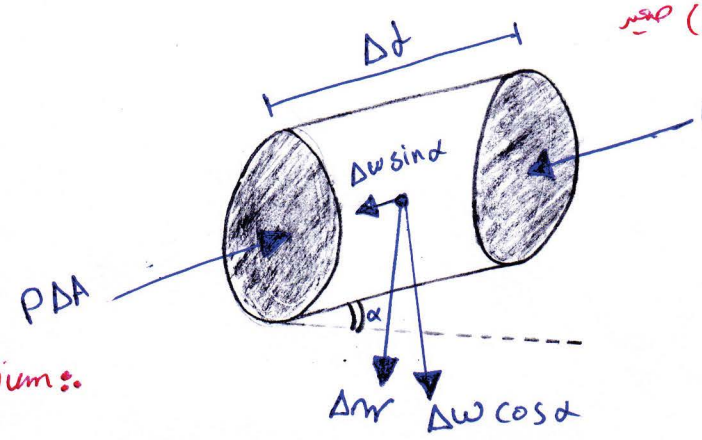
$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow F_2 = A_2 P_1 = 6.227*10^6 * \frac{\pi}{4} * (5*10^{-2})^2$

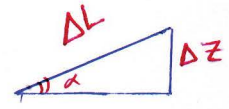
$= 12.22\ kN$

* pressure variation with elevation:

* على أنه المائع في حالة سكون (static) ولا يتحرك ؛ فإن الضغط يتغير باختلاف الارتفاع فقط !!

* لإثبات ذلك نأخذ (element) صغير ونبحث في اتزانه !!




$\sin\alpha = \frac{\Delta z}{\Delta L}$

* for equilbrium:

$\Sigma F_L = 0.0$

$P\Delta A - (P+\Delta P)\Delta A - \Delta w \sin\alpha = 0$

$P\Delta A - P\Delta A - \Delta P \Delta A - \gamma \Delta L \Delta A \frac{\Delta z}{\Delta L} = 0$

* $\Delta w = \gamma \Delta V$
$= \gamma \Delta L \Delta A$
(الوزن)

** $\boxed{\frac{\partial p}{\partial z} = -\gamma}$ Hydrostatic differential equation

* this equation shows that, the pressure changes due to elevation.

* If the elevation (z) decreases ⟶ pressure Increases
* If the elevation (z) Increases ⟶ pressure Decreases

* إذا الضغط يختلف باختلاف الارتفاع ، والعلاقة عكسية !!

* لاحظ أنه يعتمد على قيمة ($\gamma$) أيضاً ⟷ ثابتة تقريباً إذا كان المائع (Incompressible)
⟷ متغيرة إذا كان المائع (Compressible)

* بعد إجراء التكامل على المعادلة (**) وبفرض أن $\gamma \equiv$ Const. ينتج:

$P + \gamma z \equiv P_z \equiv ct.$

$P_z$: piezometric pressure
z: elevation

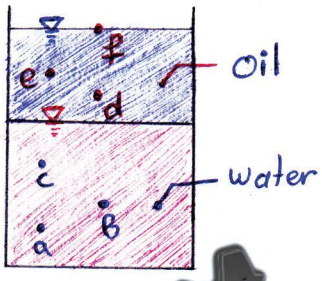
بالقسمة على $\gamma$

$\frac{P}{\gamma} + z \equiv h \equiv ct.$

h: piezometric Head

* قيمة (piezometric Head) أو (piezometric pressure) ثابتة دائماً في نفس المائع !!

## * Notes about piezometric pressure ($\frac{P}{\gamma}$) & piezometric head (H) :-




* لاحظنا أنه الزيت يطفو فوق الماء، ولحساب الضغط في الأماكن المحددة، فاننا نحتاج الى استخدام العلاقات السابقة...

* لاحظنا أن قيمة الـ (piezometric head) تبقى ثابتة بانتقال المكان طالما أنها تحسب في نفس السائل ...

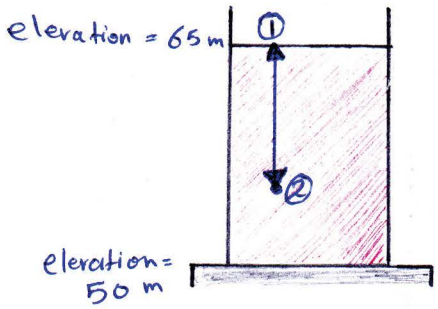
$H_c = H_a = H_B \equiv$ piezometric Head

$H_f = H_e = H_e \equiv$ piezometric Head

$H_c \neq H_d$ ( لأنه السائل تغير )

* علمنا أنه بشرط ذلك من خلال أنه الكمية ( $\frac{P}{\gamma} + Z$ ) يجب أنه تبقى ثابتة، فعند زيادة أحد الحدين ( $Z$ أو $\frac{P}{\gamma}$ ) ينقص الحد الآخر... وبهذا يكون ( H ) ثابتاً في نفس السائل !!

**Example:** what is the pressure @ adepth of (10 m) in the tank shown:




$\gamma_{water} = 9810\ N/m^3$

لأنه مفتوح للهواء الجوي

$P_1 = \text{zero (gage)}$ (OR atm)

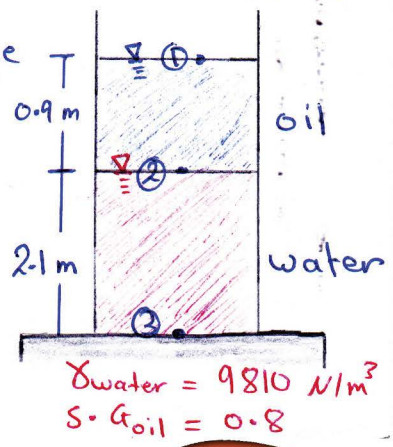
$$\frac{P_1}{\gamma} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + Z_2$$

$$0 + 65 = \frac{P_2}{9810} + 55$$

$$\Rightarrow P_2 = 98.1\ KPa\ (gage)$$

ملاحظة: الـ (gage pressure) على السطح الحر المفتوح للهواء الجوي صفر (zero gage)

**Example:** for the Tank shown, determine the pressure at the bottom !!




$\gamma_{water} = 9810\ N/m^3$

$S.G_{oil} = 0.8$

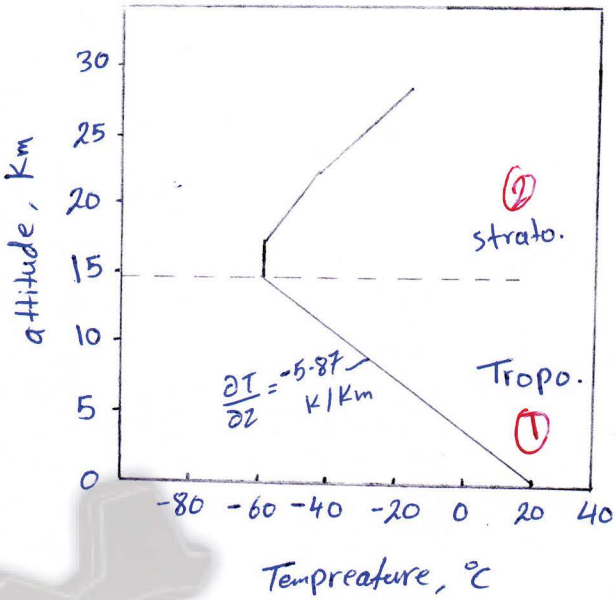
$$\frac{P_1}{\gamma_{oil}} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma_{oil}} + Z_2 \Rightarrow 0 + 3 = \frac{P_2}{9810 \times 0.8} + 2.1$$

$P_1 = P_2$ (التقاء الماء والزيت) $\Rightarrow P_2 = 7.063\ KPa$ (gage)

$$\frac{P_2}{\gamma_{water}} + Z_2 = \frac{P_3}{\gamma_{water}} + Z_3 \Rightarrow \boxed{P_3 = 27.7\ KPa\ (gage)}$$

## * pressure variation in Atmosphere ( Troposphere & stratosphere)

① Troposphere, ② stratosphere:




$\frac{\partial T}{\partial z}$ : lapse rate ($\alpha$)

* معدل تناقص درجة الحرارة مع الارتفاع ويبلغ ( 5.87 درجة كلفن) لكل (كم) وهو صالح في طبقة (Tropo...)

* Troposphere:
Sea level $\xrightarrow{to}$ 13.7 Km

* stratosphere:
Troposphere $\xrightarrow{to}$ 50 Km
(هذا الارتفاع فوق الطبقة الأولى)

* for Troposphere:

$$* T = T_0 - \alpha (z - z_0)$$

$$* P = P_0 \left[ \frac{T_0 - \alpha(z - z_0)}{T_0} \right]^{g/\alpha R}$$

* for lower portion of stratosphere:

$$* P = P_0 \, e^{-(z - z_0)\frac{g}{RT}}$$

* التطبيق على هذه القوانين سهل ومباشر

Problem 3.46: the boiling point of water decreases with elevation because the pressure changes, what is the boiling point of water at an elevation of 2000 m @ standard conditions

الحل: * أولا سنأخذ نقطة مرجعية ، ولتكن سطح البحر ( الارتفاع = صفر ، درجة الحرارة = 296K)
* ثانيا سنأخذ الضغط ($P_{vapor}$) اللازم لغلي الغليانة ---
* بعدها نعمل Interpolation لتقدير درجة حرارة الغليانة!!

* $P = P_o \left[\frac{T_o - \alpha(z - z_o)}{T_o}\right]^{g/\alpha R}$

$$P_{\text{2000 m}} = 101.3 \left(\frac{296 - 5.87\,(2-0)}{296}\right)^{\frac{9.81}{5.87 * 10^{-3} * 287}}$$

$$P_{\text{2000 m}} = 80.03 \text{ kPa}$$

* لاحظ أنه تم تحويل الكيلو!!

* الآن حصلنا على قيمة الضغط الذي سيحصل عنده الغليان ---

* انتقل الى Table A-5 ثم قم بقيمة درجة الحرارة ---

from A-5 :

$T = 90^\circ C \longrightarrow P = 70.1$ kPa

$T = ??^\circ C \longrightarrow P = 80.03$ kPa

$T = 100^\circ C \longrightarrow P = 101.3$ kPa

$$T = 90^\circ C + \left(\frac{(80.03 - 70.1)\text{ kPa}}{(101.3 - 70.1)\text{ kPa}}\right) * (10^\circ C)$$

$$\boxed{T \cong 93.2^\circ C}$$

* Problem 3-48: assume that a woman must breathe a constant mass rate of air to maintain her metabolic process, If she inhales and exhales 16 times/min at sea level where the tempreature is (288 K) and pressure is (101 kpa) what would her rate @ 5500 to be?

* أفرض أنه ثابت (كمية b وهو معدل التنفس)

$b_1 V_1 \rho_1 = b_2 V_2 \rho_2$ ( V: حجم الرئة وهو متساوي ، $\rho$: كثافة الهواء )

sea level — 5500 m

$$b_2 = b_1 \frac{\rho_1}{\rho_2} \rightarrow \rho_1 = \frac{P_1}{RT_1}\,,\ \rho_2 = \frac{P_2}{RT_2}$$

$$b_2 = b_1\left(\frac{P_1}{P_2}\right)\left(\frac{T_2}{T_1}\right) \Rightarrow b_2 = b_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{-g}{\alpha R}} \left(\frac{T_2}{T_1}\right) \qquad \left(1 - \frac{9.81}{5.87 * 10^{-3} * 287}\right)$$

$$b_2 = 16\left[\frac{288 - 5.87 * 10^{-3} * (5500 - 0)}{288}\right]$$

$$b_2 = 28.38 \text{ breath/min}$$

* ولتوضيح فكرة الحل أكثر:

- المهم انه كما حفظ الرتة على كمية كافية من الأكسجين، لذلك سيختلف عدد مرات التهوية والزفير فقط ....

- لاحظ العلاقة: $P = P_o \left[\frac{T_o - \alpha(z-z_o)}{T_o}\right]^{g/\alpha R}$ العلاقة، $T = T_o - \alpha(z-z_o)$

وبما أننا في طبقة الـ (Tropo...) لذا فإن هذه العلاقات يمكننا استخدامها....

* نستبدل $(T_o)$ بالقيمة $(T + \alpha(z-z_o))$ (من العلاقة ②) .....ينتج:

$$P = P_o \left[\frac{T + \alpha(z-z_o) - \alpha(z-z_o)}{T_o}\right]^{g/\alpha R}$$

ومنه فإن:

$$\frac{P}{P_o} = \left(\frac{T}{T_o}\right)^{g/\alpha R}$$

* باقي الحل سهل الآن!!!

* **Problem 3.51:** an airplane is flying @ 10 Km altitude in a U.S, standard atm./ If the internal pressure of the air craft interior is 100 kpa what is the outward force on a window? - the window is flat and has an elliptical shape with lengths of 300 mm along the major axis and 200 mm along the minor axis!!

* **Solution:**

$$P_{outside} = P_o \left[\frac{T_o - \alpha(z-z_o)}{T_o}\right]^{g/\alpha R}$$

$$= 101.3\ kpa \left[\frac{296 - (5.87*10^{-3}(10000-0))}{296}\right]^{\frac{9.81}{5.87*10^{-3}*287}}$$

$$= \boxed{27.97\ kPa}$$ هذه قيمة الضغط عند ارتفاع الطائرة

now: $F = PA = (100 - 27.97)\ kpa\ \pi ab$

(محصلة الضغط) (مساحة النافذة ذات الشكل البيضوي)

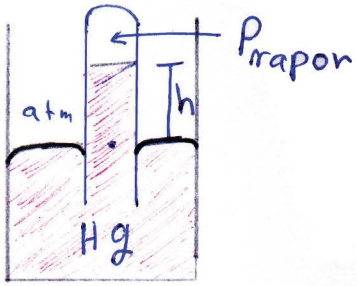
* ضغط داخل الطائرة 100 kPa ← ضغط خارج الطائرة 27.97 kPa →

$$F = (100 - 27.97)*10^3 * \pi * (0.3) * (0.2)$$

$$= \boxed{13.6*10^3\ N}$$

* pressure measurments devices:

① Barometer: simple device that may be used to measure atm. pressure




$P_{atm} = 101\ kPa$ , $P_{gage} = Zero$

$P_{atm} - \gamma_{Hg} h = P_{rapor} = 2.4 * 10^{-6}$ atm for Hg

$P_{atm} = \gamma_{Hg} h$ (can be negligeble)

$h = \frac{P_{atm}}{\gamma_{Hg}} = \frac{101 * 10^3}{13.55 * 9810} = 0.762$ m Hg

(S.G)

② piezometer: vertical tube "usually Transparent", in which aliqiud rises in response to apositive gage pressure.

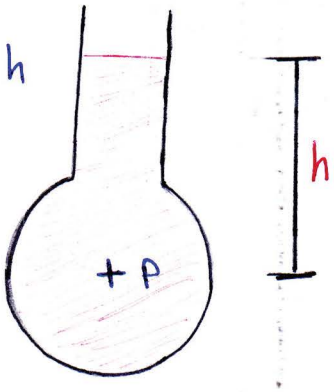
* disadvantages:

1- suitable for digiuds only.

2- use low and moderate pressure.

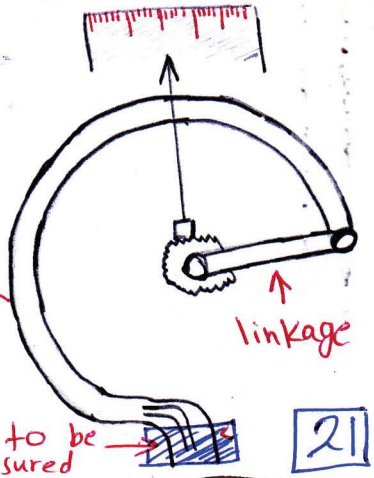
3- Cannot be used to measure sub-atmospheric (vaccum) يعني pressure.

$* P = \gamma_{fluid} * h$




والتخلص من هذه السلبيات تم تطوير جهاز المانومتر (Manometer)

③ Bordon-gauge: adevice that may be used to measure gage and raccum pressore.

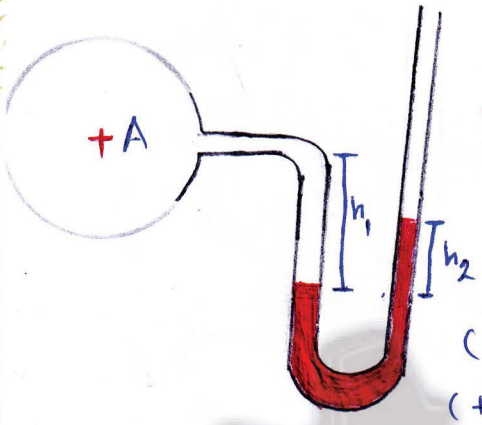





لجنة الميكانيك Polytechnic

④ Manometer: device for measuring pressure by raising or lowering a column of liquid, often shaped like (U).

* المانومتر من أهم الأجهزة في قياس الضغوط، ويتم التركيز على أنبوبة تسمى "مانومتر".
* الفكرة في المانومتر هي البداية من نقطة معلومة الضغط، المرور بالسائل الموجود وصولاً الى النقطة المطلوب قياس الضغط عندها.

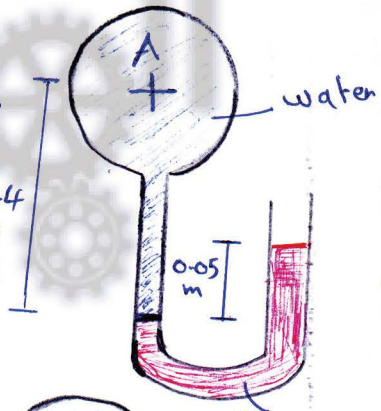



$$P_A + \gamma_1 h_1 - \gamma_2 h_2 = 0.0$$

← اذا كانت المانومتر تحتوي على سائل وغاز، عكس الحال الغاز!!

* هناك الكثير من الأشكال المختلفة لـ (manometers) ويتم التفرقة بينها في الأنبوبة.
* عند الصعود لأعلى فإن الضغط يقل، لذا نضع إشارة (−)
* عند النزول لأسفل فإن الضغط يزداد، لذا نضع إشارة (+)

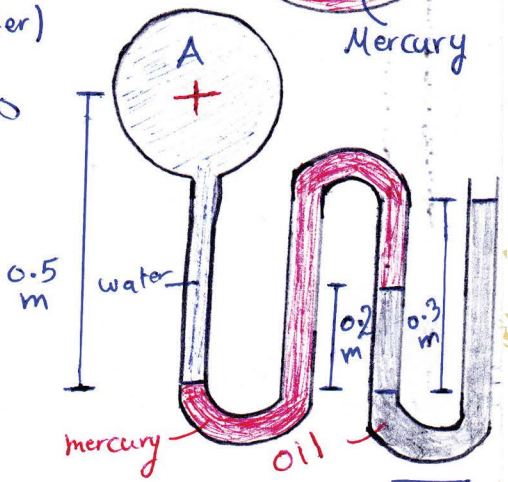
Problem 3.31: Determine pressure @ A (pipe center)
(S.G for Mercury = 13.55), $\gamma_{water} = 9810\ N/m^3$




$$P_A + (0.4 * 9810) - (0.05 * 13.55 * 9810) = 0$$

$$P_A = 2722.2\ Pa$$

example: Determine pressure @ A (pipe center)
($S.G_{Mercury} = 13.55$, $S.G_{oil} = 0.8$) $\gamma_{water} = 9810$



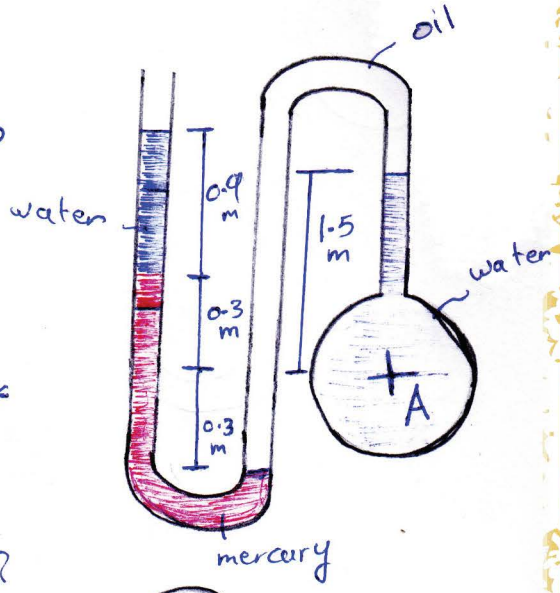

$$P_A + (0.5 * 9810) - (0.2 * 13.55 * 9810) + (0.2 * 0.8 * 9810) - (0.3 * 0.8 * 9810) = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{P_A =}$$

* problem 3.39 : find the pressure @ the center of pipe (A) ?!

$$P_A - (1.5*9810) + (1.8*0.8*9810) - (0.6*13.55*9810) - (0.9*9810) = 0$$

$$P_A = 89172.9 \text{ Pa}$$

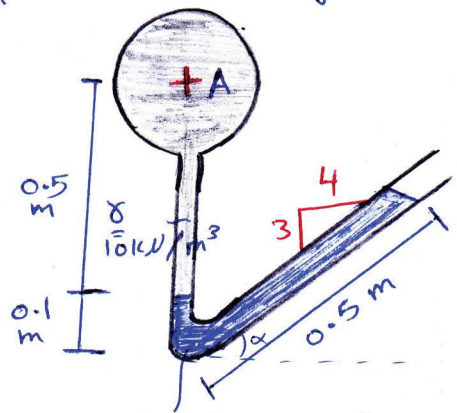



* لاحظ أننا ستقيم الانتقال بين خانتين بالتوعيز خلال نفس السائل !!!

* problem 3.33 : what is the pressure @ A ??

$$P_A + (0.5*10*10^3) + (0.1*20*10^3) - (0.3*20*10^3) = 0$$

$$\boxed{P_A = -1000 \text{ Pa}}$$



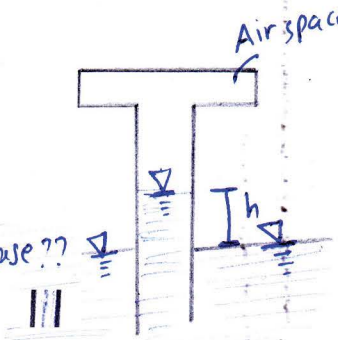

* هذا النوع ليس (Inclined)
* نحن نهتم فقط بالارتفاعات العمودية ، لذلك حولنا الارتفاع المائل الى العامودي من خلال النسب المثلثية !!

$$\sin\alpha = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$0.5*0.6 = 0.3\text{m}$$

* example: 3.10 :

as shown, an air space above along tube is pressurized to 50 KPa vaccum, water from reservoir fills the tube to height (h), if the pressure changed to 25 KPa vaccum, will h increase or decrease ??



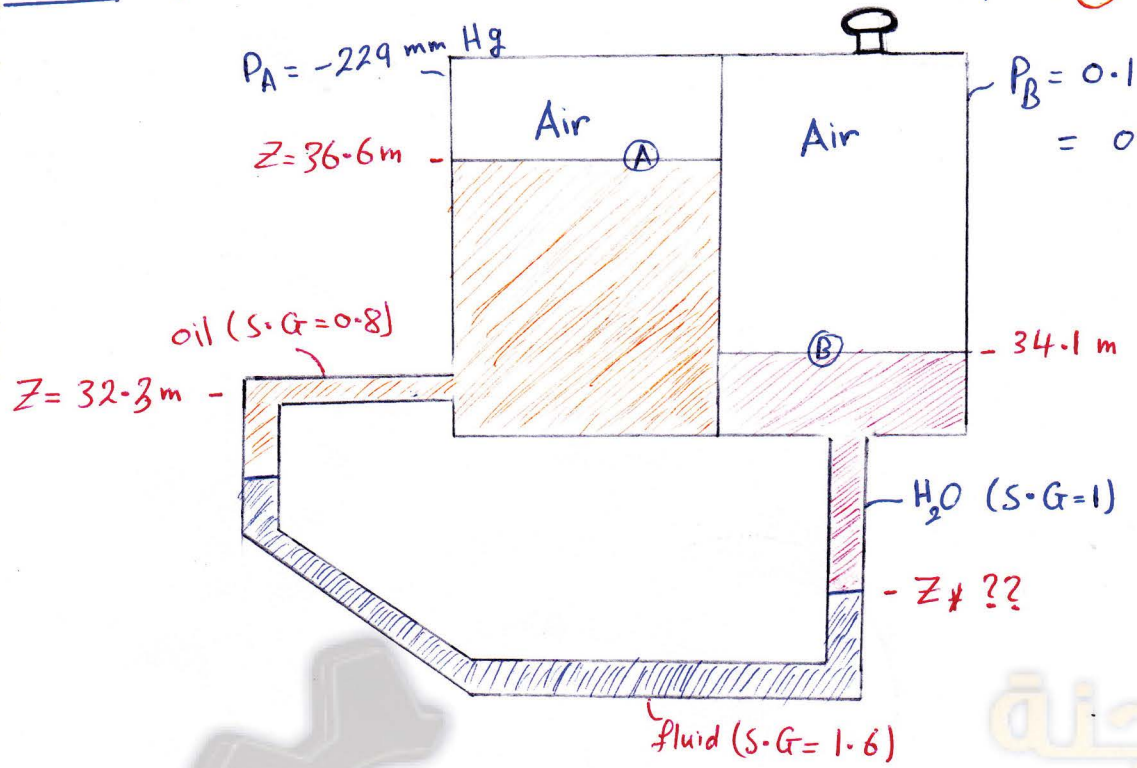

$$P_1 + h\gamma_{H_2O} = 0$$

$$@P_1 = -50 \text{ KPa} \Rightarrow h = \frac{50*10^3}{9810} = 5.1 \text{ m}$$

$$@P_1 = -25 \text{ KPa} \Rightarrow h = \frac{25*10^3}{9810} = 2.55 \text{ m}$$

* اذاً الارتفاع انخفض

example : for the data shown, find the elevation of point (*)




- في هذا المثال المطلوب إيجاد الارتفاع المجهول ($Z_*$) ، وبما أننا نمثل جميع البيانات فباحكامنا عليه كالتالي :

$$P_A + \gamma_{oil}(36.6 - 32.3) + \gamma_{fluid}(32.3 - Z_*) - \gamma_{H_2O}[34.1 - Z_*] = P_B$$

$$P_A = -0.229 * \gamma_{Hg} = -0.229 * 13.55 * 9810 = -30,4399 \text{ kPa}$$

$$P_B = 0.197 \text{ bar} = 0.197 * 10^5 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow (-30,44 * 10^3) + 9810 * 0.8 (36.6 - 32.3) + 9810 * 1.6 (32.3 - Z_*) - 9810 (34.1 - Z_*] = 0.197 * 10^5$$

وبحل المعادلة :

$$\boxed{Z_* = 26.5148 \text{ m}}$$

* هذا السؤال يتضمن أكثر من فكرة وهو صعب في الامتحان ...

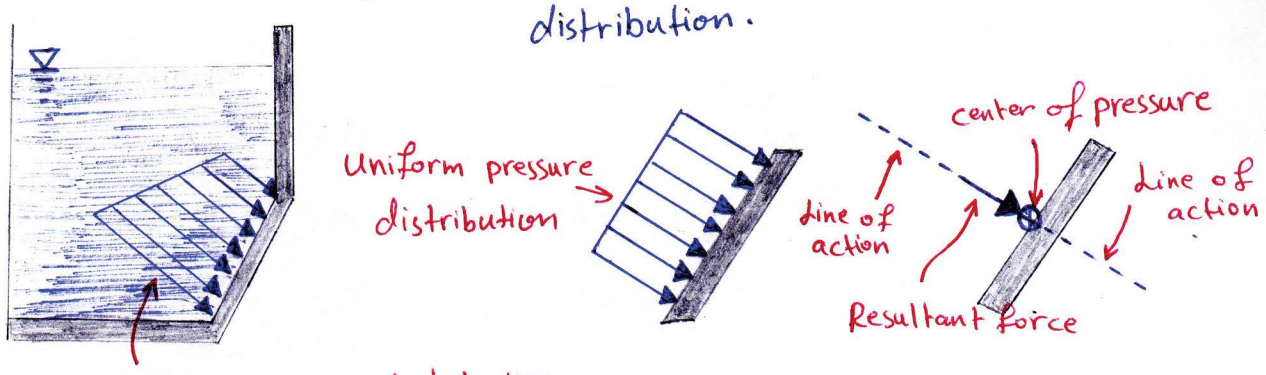
* تذكر أننا نأخذ الارتفاعات العمودية فقط !!

* الهواء الموجود في أعلى المتوعبين مضغوط ، ضغطه معطى لك لذلك حسبنا ضغطه وغير ذلك نهمله ...

## * Forces on plane surfaces (panels) :-

* هذا الموضوع يبحث في تمثيل الضغوط الناتجة عن السائل على شكل قوة محصلة تؤثر في نقطة (center of pressure) وتسمى هذه النقطة على أحد وجهي الـ (panel)

* plane surface (panel): flat surface of arbitary shape, with the description of the pressure at all points along along a surface called pressure distribution.




## * Magnitude of Resultant Hydrostatic Force:-

$$p = \gamma y \sin\alpha$$

$$dF = p\,dA = \gamma y \sin\alpha\, dA$$

$$F = \int_A p\,dA = \int_A \gamma y \sin\alpha\, dA$$

$$F = \gamma \sin\alpha \int_A y\,dA$$

$$F = \gamma \bar{y} A \sin\alpha$$

* بإمكانك العودة الى الكتاب ودراسة الاشتقاق كاملاً... الا اننا سنركز على الجانب النظري أكثر.

* أسئلة البوابات كثيرة ومتنوعة ودائماً سؤالها نازل في الامتحان...

* ركز في الفهم للمعاني الفيزيائية للمجاهيل في القوانين!!

إذاً:

القوة المحصلة الناتجة عن ضغط السائل تعطى من العلاقة:

$$F = \gamma \bar{y} A \sin\alpha$$

$\gamma$: specific weight  A: Area of gate

$\bar{y}$: distance from surface to center  $\alpha$: Angle with horizontal

المسافة من سطح السائل الى مركز البوابة

* $y_{cp} = \bar{y}_c + \frac{I}{\bar{y}_c A}$

* ($y_{cp}$) هو مكان تأثير القوة الناتجة عن الضغط أي أنها المسافة بين سطح السائل ومركز تأثير القوة ...

* آلية حل أسئلة البوابات :-

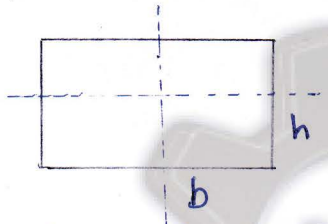
١- حدد المسافة ($\bar{y}_c$) --- وهي المسافة من سطح السائل الى منتصف (centroid) البوابة.

٢- من خلال ($\bar{y}_c$) احسب القوة المحصلة ($F_R$) من خلال: $F_R = \gamma \bar{y}_c A \sin\alpha$

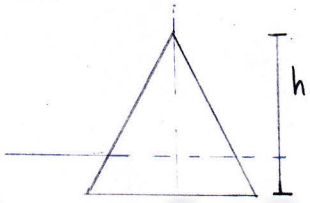
٣- ثم احسب ($y_{cp}$) وهي مكان تأثير القوة --- من خلال: $y_{cp} = \bar{y}_c + \frac{I}{\bar{y}_c A}$

ملاحظة: لاحظ انه $\bar{y}_c \neq y_{cp}$ بل انه ($y_{cp}$) تقع أسفل ($\bar{y}_c$) بمسافة مقدارها $\left(\frac{I}{\bar{y}_c A}\right)$

* بالنسبة لـ ( Moment of Inertia (I) ) لحساب البوابة (حل الاستاتيكا) فهي:-




$I = \frac{bh^3}{12}$




$I = \frac{bh^3}{36}$

$I = \frac{\pi}{64} D^4$

example 3.10 : an elliptical gate covers the end of apipe 4m in diameter, if the gate is hinged at the top, what normal force required to open the gate when water is 8m deep above the top of the pipe, Neglect the weight of the gate !!

(2)

$\bar{y}_c = (2.5 + 8 * \cos 37^\circ)$

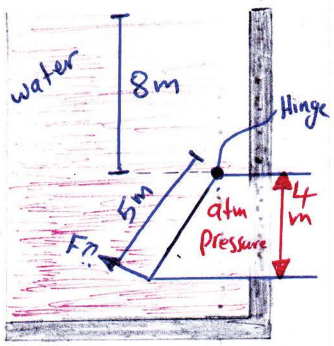
$\bar{y}_c \sin\alpha = (2.5 * 0.8) + 8 = 10\ m$

$A = \pi ab = 3.14 * 2.5 * 2 = 15.71\ m^2$

$F_R = \gamma \bar{y}_c A \sin\alpha = 9810 * 10 * 15.71 = \boxed{154.1\ kN}$

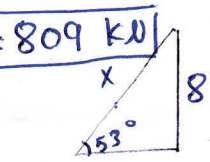
$I = \frac{\pi a^3 b}{4} = 24.54\ m^4$

$y_{cp} = \bar{y}_c + \frac{I}{\bar{y}_c A} = 12.5 + \frac{24.54}{12.5 * 15.71} = \boxed{12.65\ m}$

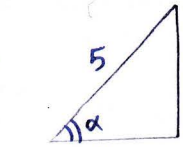



$\sum M_{Hinge} = 0.0 \Rightarrow 154.1 * 2.625 - F * 5 = 0 \Rightarrow \boxed{F = 809\ kN}$

* لاحظ انه شكل البوابة بيضوي، وكان الحزم عند الركيزة لتحمل القوى ضرورية بالذراع !!




$X = 10m$



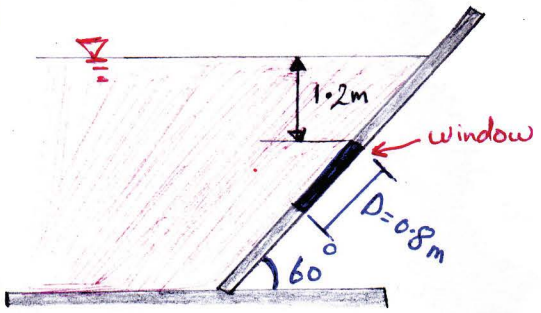

$\sin\alpha = \frac{4}{5} = 0.8 \rightarrow \alpha = 53^\circ$

* problem 3-58 : as shown, a round viewing window (Diameter = 0.8 m) is situated in a large tank of sea water (S.G = 1.03)
Find the hydrostatic force and locate it's line of action!

① Solution: $\bar{y}_c \sin\alpha \equiv h = 1.2 + \left(\frac{0.8}{2}\sin 60\right)$

(الارتفاع العمودي) $= 1.546$ m

$\bar{y}_c = \frac{1.546}{\sin 60} = 1.786$ m




$F_R = \gamma \bar{y} A \sin\alpha$

$= (1.03 * 9810) * (1.546) * \left(\frac{\pi}{4}(0.8)^2\right)$

$= 7.848$ kN

$y_{cp} = \bar{y}_c + \frac{I}{\bar{y}\sin\alpha} = 1.786 + \frac{\pi (0.4)^4}{4 * 1.786 * \frac{\pi}{4}(0.8)^2} = 1.808$ m

* لاحظ أن القيمة ($\bar{y}_c \sin\alpha$) تساوي (h) .... حيث h هي المسافة العمودية من سطح السائل الى مركز البوابة بينما ($\bar{y}_c$) هي المسافة المائلة من سطح السائل الى مركز البوابة!!

* problem 3-62 : The gate shown is rectangular and has dimensions (6m by 4m), what is the reaction @ point A ??

$h = 3 + 3\cos 30 = 5.598$ m

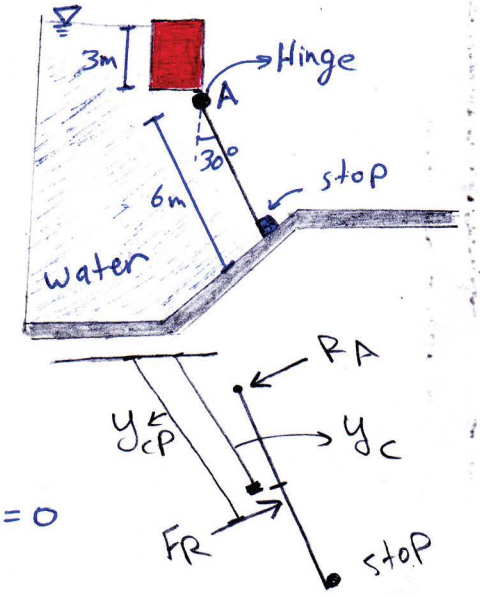
$\bar{y}_c = 3 + \frac{3}{\cos 30^\circ} = 6.464$ m

$F_R = \gamma y_c A \sin\alpha$

$F_R = 9810 * 5.598 * (6*4) = 1.318$ MN (mega)

$y_{cp} = y_c + \frac{I}{y_c A} = 6.464 + \frac{\frac{4*6^3}{12}}{6.464 * 6 * 4}$

$= 6.928$ m

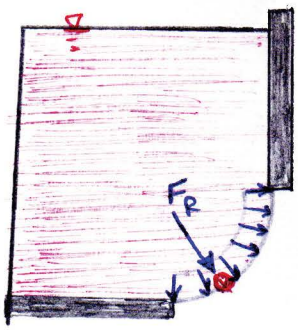



$\sum M_{stop} = 0.0 \Rightarrow (R_A * 6) - (1.318 * 10^6 * 2.536) = 0$

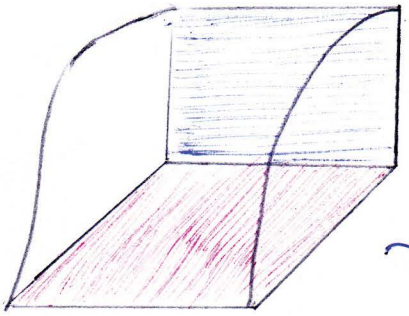
$\boxed{R_A = 557.07 \text{ kN}}$

## * Hydrostatic forces on curved surfaces:

* هذا الموضوع مشابه للموضوع السابق، الا انه شكل البوابة اصبح مائلاً ... لذلك من الممكن اجراء التكامل للقوى على طول البوابة ... والأسهل أنه نفصل البوابة الى مستطيلة أفقي وعمودي ...

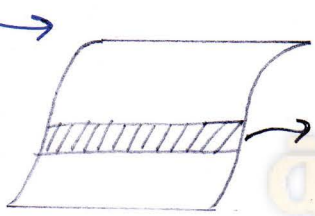



القفوا يتغير نتيجة لتغير الارتفاع، وعدم انتظام شكل البوابة !!

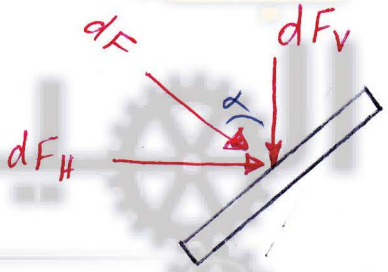


Vertical projection $A_V$

Horizontal projection $A_H$




$$dA_V = dA \sin\alpha$$
$$dA_H = dA \cos\alpha$$




* analysis:

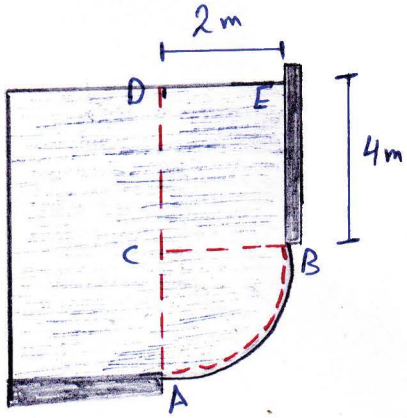
$$dF_H = dF \sin\alpha \quad (dA_V)$$
$$= \gamma y \, dA \sin\alpha$$
$$= \gamma y \, dA_V$$
$$F_H = \int \gamma y \, dA_V$$
$$\boxed{F_H = \gamma \bar{y}_V A_V}$$

$$dF_V = dF \cos\alpha \quad (dA_H)$$
$$= \gamma y \, dA \cos\alpha$$
$$= \gamma \, d\forall$$
$$F_V = \int \gamma \, d\forall$$
$$\boxed{F_V = \gamma \forall \ \text{(weight)}}$$

$$y_{cp} = \bar{y}_V + \frac{I_V}{\bar{y}_V A_V}$$

* $\bar{y}_V$ : centroid of $A_V$
* $I_V$ : centroidal moment of Inertia for $A_V$
* $A_V$ : Vertical Component (projection) area

* example 3.11 : surface AB is a circular arc with radius of (2m) and a width of 1m (into the paper), find the magnitude and line of action of the hydro-static force acting on AB :




* Horizontal projection :

$\bar{y}_V = 4 + 1 = 5\ m$

$F_H = \gamma \bar{y}_V A_V = 9810 * 5 * (2*1) = 98.1\ KN$

$y_{cp} = \bar{y}_V + \frac{I}{\bar{y}_V A} = 5 + \frac{\frac{1*2^3}{12}}{5*2*1} = 5.067 m$

* Vertical projection : (قوة ضغط الوزن + الوزن الفعلي للبوابة)

$F_{V_1} = \gamma V_1 = 9810 * \underbrace{\frac{\pi}{4} d^2 * width}_{Volume} = 9810 * \frac{\pi}{4} * (2)^2 * 1 = 30.8\ KN$

$F_{V_2} = \gamma V_2 = 9810 * 4 * 2 * 1 = 78.5\ KN$

$F_V = 30.8 + 78.5 = 109.3\ KN$

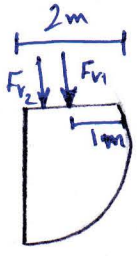
$y_{cp} = centroid = \frac{4r}{3\pi} = \frac{4*2}{3\pi} = 0.849$

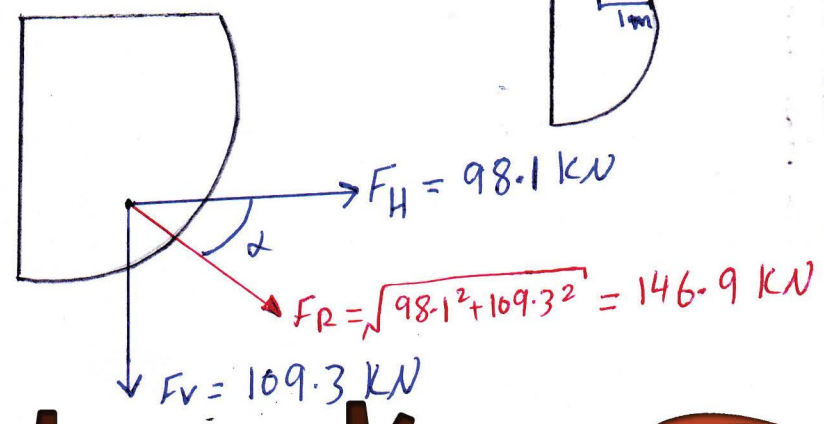
$y_{cp}\ F_V = F_{V_1}\ y_{cp_1} + F_{V_2}\ y_{cp_2} \Rightarrow y_{cp} = \frac{78.5*1 + 30.8*0.849}{109.3}$

$= 0.957$

لجنة الميكانيك Polytechnic

Magnitude :




$\tan\alpha = \frac{109.3}{98.1} = 1.1142$

$\alpha \cong 48^\circ$

* Boyancy and stability:

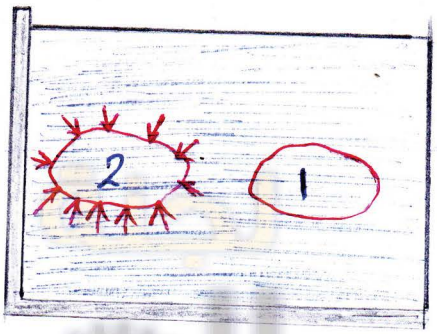
$$\gamma h_1 A_2 - \gamma h_2 A_2 = 0$$

- Boloyancy: * Buoyant force: upward force that is produced on a body that is totally or partialy submerged in a fluid when the fluid is in a gravity field.

* لاحظ من تعريف قوة الطفو أنها قوة تدفع الأجسام المغمورة (كليا أو جزئيا) في مائع معين للأعلى !!

* Buoyant force equation:

من خلال الجسم ① المغمور كليا في الماء لاحظ أنه هذا الجسم سيتعرض لضغط دافعا الجسم للأعلى (كما في ②) ... القوة التي ستدفع الجسم للأعلى تساوي (وزنة السائل اللازم لتعبئة الحيز فوق الجسم ①) ، لذا:




$$F_{up} = \gamma (\forall_b + \forall_a)$$

$\forall_b$: volume of body

$\forall_a$: volume of Liquid above the body

* وفي نفس الوقت وزنة السائل أعلى الجسم سيضغط على الأسفل

$$F_{Down} = \gamma \forall_a$$

$$\Rightarrow F_{total} = F_{up} - F_{Down} = \gamma(\forall_b + \forall_a) - \gamma \forall_a = \gamma \forall_b$$

* محصلة هذه القوى هي قوة طفو الجسم التي تدفعه للأعلى --- وهي تساوي حاصل ضرب ($\gamma$) للمائع المحيط بالجسم بالحجم المغمور منه ،

* لو كان جزء من الجسم مغمور فاننا نأخذ الحجم المغمور من الجسم فقط !!

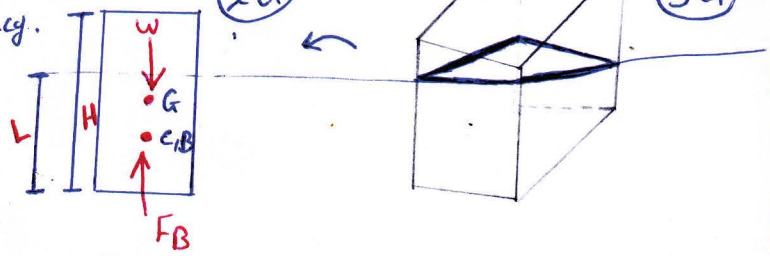
* $F_{Buoyant} = \gamma \forall_{submerged}$

: weight of the displacement volume and it's line of action passes throygh the centroid of the displaced volume in the upward direction ( قانون أرخميدس )

where: $F_B$: independant of the distance from the surface as well as the density of the submerged body!!

* اذا قوة العلو تعتمد فقط على كثافة السائل (أو الغاز) المحيط بالجسم فقط !!

* for solids: G; center of gravity.
$C_B$: center of Buoyancy.




$\Sigma F_y = 0.0$

$F_B - W = 0.0$

$\rightarrow F_B = W$

$\rightarrow \gamma_{water} \forall_{fluid\ submerged} = \gamma_{solid} \forall_{total}$ → solid ≡ e.g wood

$$\frac{\gamma_{wood}}{\gamma_{water}} = \frac{\forall_{submerged}}{\forall_{total}} = \frac{AL}{AH} = \frac{L}{H}$$

Specific grarity.

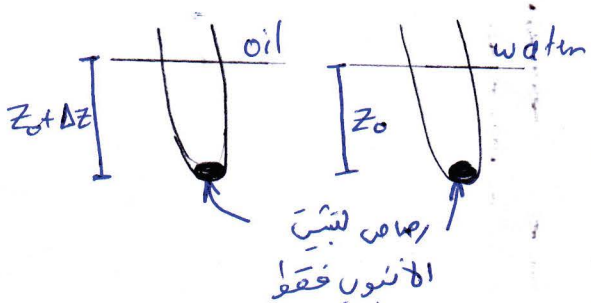
* for liquids: we may use "Hydrometer"; which is a simple device that may be used to measure (specific grarity) of a fluid.

$W_{Hyd} = \gamma_{H_2O} \frac{\pi}{4} d^2 z_o$

$W_{Hyd} = \gamma_{oil} \frac{\pi}{4} d^2 (z_o + \Delta z)$

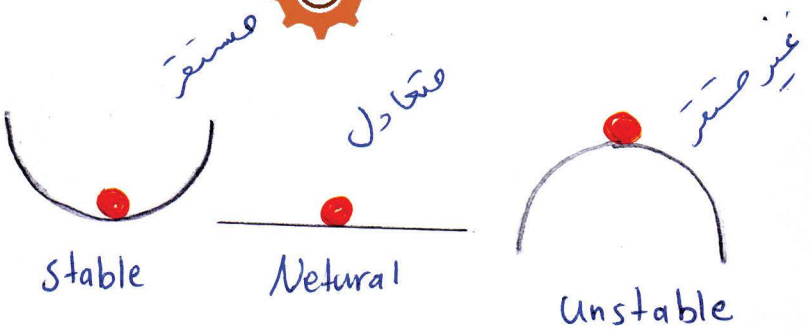
لذلك نقدر نحسب الكثافة النسبية

$\rightarrow \gamma_{H_2O} \frac{\pi}{4} d^2 z_o = \gamma_{oil} \frac{\pi}{4} d^2 (z_o + \Delta z)$

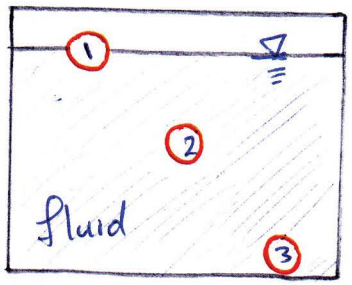



$$\frac{\gamma_{oil}}{\gamma_{H_2O}} \equiv \text{Specific grarity} = \frac{z_o}{z_o + \Delta z}$$

* Stability:




* note that:




1: floating body ($\rho_{body} < \rho_{fluid}$)

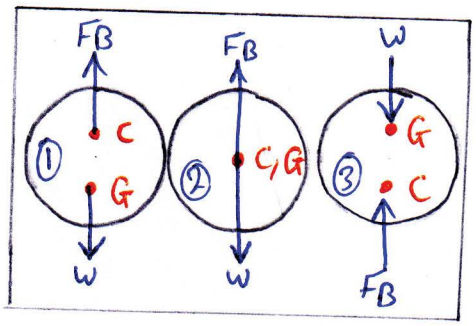
2: suspended body ($\rho_{body} = \rho_{fluid}$)

3: sinking body ($\rho_{body} > \rho_{fluid}$)

* stability of Immersed (مغمور) & floating (طافي) bodies depends on the relative position of center of gravity (G) and center of buoyancy (C, B)

* اذا ثبات الجسم متعلقة بمكان مركز ثقل الجسم الى مركز قوة الطفو للجسم وبذلك يتم تحديد ما اذا كانة الجسم مستقر (stable) أو متعادل (Neutral) أو غير مستقر (unstable)

① for Immersed bodies: (المغمورة فقط!!)



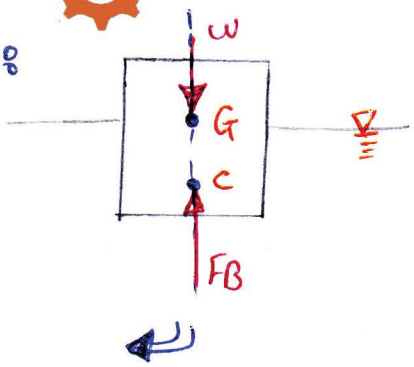

1: (G) below (C), so stable cause Heary bottom body.

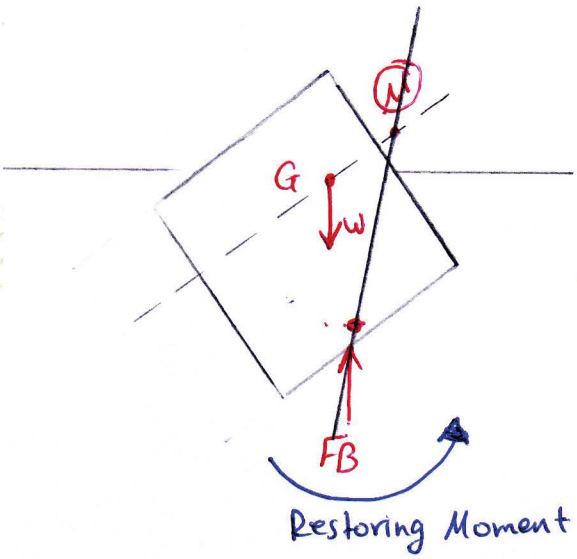
2: (G) & (C) at same position, so Netural.

3: (C) below (G), so unstable.

* لاحظ انة الجسم يكون مستقراً اذا كانة مركز الجاذبية ($\underline{G}$) في الأسفل بالنسبة لمركز الطفو ($\underline{C}$)، ويكون الجسم متعادلاً في حالة اذا كانة ($\underline{C}$) و ($\underline{G}$) في نفس الموضع في حين يكون الجسم غير مستقر اذا كانة مركز الجاذبية (G) فوقة مركز الطفو ($\underline{C}$)!!!

## ② for Floating Bodies:




M: Metacenter point: point of Intersection of lines of action (for $F_B$) before and after rotation!!

⇒ GM: Metacenter Height

المسافة من G الى M

GM (+ve) → stable (M above G)

## * Floating Bodies:

* similar to case ①&② of Immersed bodies; but:

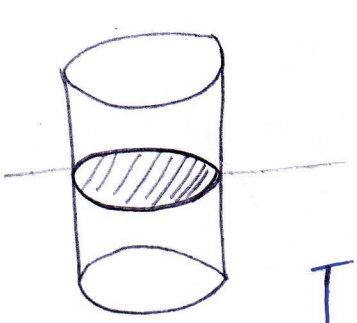
case 3: If GM (+ve): stable (M above G)
If GM (-ve): unstable (M below G)

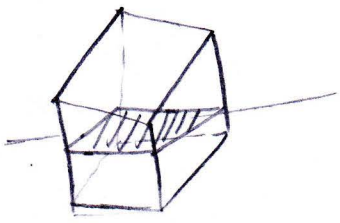
$$GM = \frac{I}{\forall_{submerged}} - CG$$

where: I: عزم القصور الذاتي لمساحة التقاء السطح مع السائل

CG: المسافة بين مركز الجاذبية ومركز الطفو

$\forall_{submerged}$: الحجم المغمور من الجسم



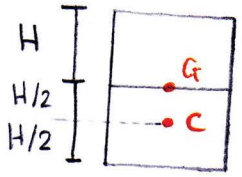


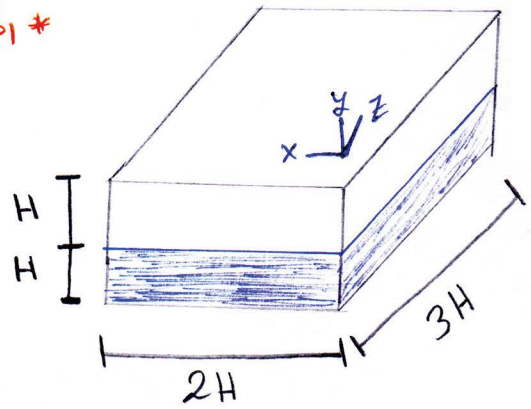
I: للمساحة العشرة

* problem 3.107: is the block shown, stable?!

* الجزء المظلل هو المغمور

$$CG = \frac{H}{2}$$




$$GM = \frac{I}{V_{submerged}} - CG$$

$$I_{zy} = \frac{3H\,(2H)^3}{12} = 2H^4 \quad \text{(longitudinal axis)}$$

$$I_{\text{transverse axis}} = \frac{2H\,(3H)^3}{12} = 4.5H^4 \quad \text{(transverse axis)}$$

$$GM = \frac{2H^4}{6H^3} - \frac{H}{2}$$

$$\forall_{submerged} = 2H * 3H * H = 6H^3$$

$$GM = \frac{H}{3} - \frac{H}{2}$$

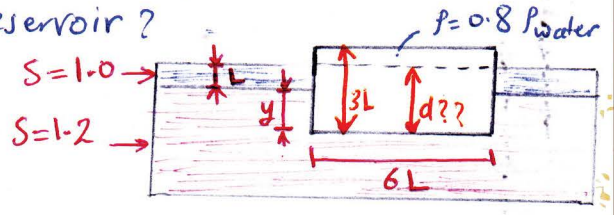
$= \boxed{-ve}$, So unstable (longitudinal axis)

Check @ transverse axis:

$$GM = \frac{4.5H^4}{6H^3} - \frac{3H}{4} = 0$$ Netural $\Rightarrow$ unstable

So: unstable bb

* problem 3.92: To what depth d will this rectangular block (S.G=0.8) float in the two-liquid reservoir?




$$\Sigma F_y = 0$$

$$F_B - W = 0$$

$$\left(L\gamma_{water} + y * 1.2\gamma_{water}\right)36L^2 - \left((6L)^2 * 3L * 0.8\gamma_{water}\right) = 0$$

$$y = 1.167L \Rightarrow d = y + L \Rightarrow \boxed{d = 2.17L}$$

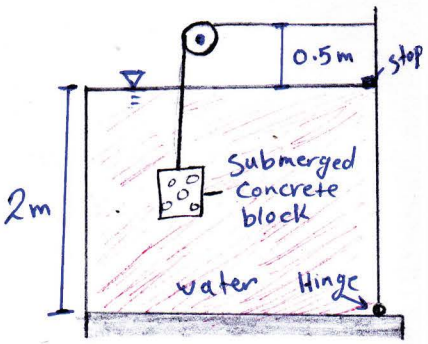
تذكر!!

* ملاحظة: حتى نستطيع أخذ المسافة بدقة من أجل حساب العزم، يتغير من أنه:

$$\rightarrow y_{cp} = y_c + \frac{I}{y_c A}$$

وهذا يعني أنه هكذا تأثير القوة يبعد عن المركز بمقدار ( $\frac{I}{y_c A}$ ) !!

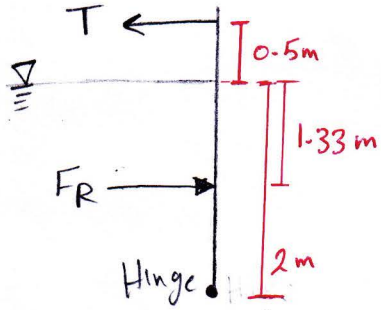
* problem 3.93: determine the minimum volume of concrete ($\gamma$ = 23.6 kN/m³) nedo to keep the gate (1m wide) in aclosed position ??




$\bar{y}_c \equiv h = 1\,m$

$F_R = \gamma_{water}\, y_c\, A = 9810 * 1 * (2*1) = 19.62\ kN$

$y_{cp} = \bar{y}_c + \frac{I}{\bar{y}_c A} = 1 + \frac{1*2^3}{12} = 1.333\,m$




$\sum M_{Hinge} = 0 \Rightarrow T*(2.5) - F_R*(2-1.33) = 0$

$$\boxed{T = 5.258\ kN}$$

Now:-

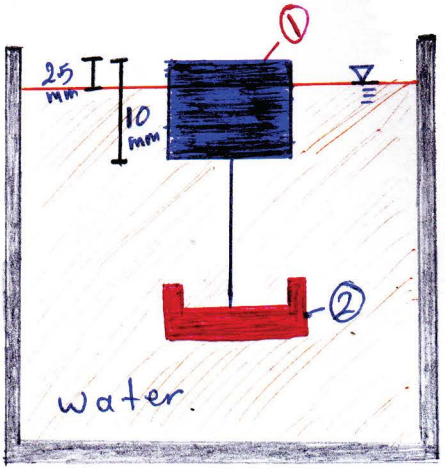
$T + F_B = w$

$5.258 + \forall_{submerged} * \gamma_{H_2O} = \forall_{submerged} * \gamma_{concrete}$

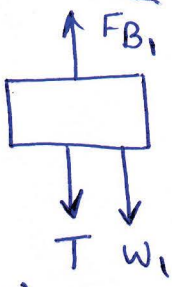
$\forall_{submerged} = 3.813 * 10^{-4}\ m^3 = 0.3813\ m^3$

* فكرة هذا السؤال تجمع بين فكرة الطفو ( Bayancy ) وفكرة (Hydrostatic force)
* لاحظ أنه الشغ الجيومتري ...
* السؤال محسوب في اطمئنان ^^

* a metal part (2) is hanging by a thin cord from a floating wood block (1), the wood block has a specific gravity ($S_1 = 0.3$) and dimensions of ($50 \times 50 \times 10$) mm, the metal part has a volume of ($6600\ mm^3$), find the mass ($m_2$) of the metal part, and the tension on the cord?!




→ for wood block (1):



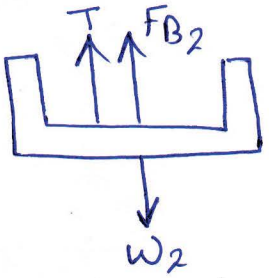

$$F_{B_1} = T + w_1$$

$$\gamma_{H_2O} \forall_{submerged} = T + \gamma_{H_2O} S_1 \forall_{Total}$$

$$9810 * (50*50*7.5) * 10^{-9} = T + 9810 * 0.3 * (50*50*10) * 10^{-9}$$

$$\boxed{T = 0.11036\ N}$$ ↓ الخيط

→ for metal block (2):




$$T + F_{B_2} = w_2$$

$$w_2 = 0.11036 + 9810 * 6600 * 10^{-9}$$

$$\boxed{w_2 = 0.175\ N} \Rightarrow m_2 = \frac{w_2}{g} = \frac{0.175}{9.81} = \boxed{0.01785\ kg = 17.85\ g}$$